FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

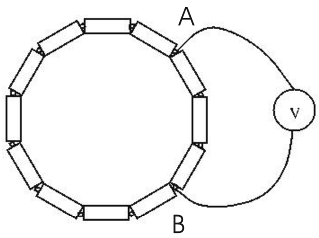
B-kategória (mladší)
školský rok 2000/2001
FKS, KZDF MFF UK
Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

vzorové riešenia 3. série

fks@center.fmph.uniba.sk
www.ddp.fmph.uniba.sk/fks

B-3.1 Napätie (opravovala Saša)

Tak, táto úloha bola ukážkovým príkladom toho, ako sa dá dôjsť k správnemu výsledku nesprávnou cestou (skrat), ktorou sa z neznámych príčin vybrala väčšina z vás. No, ale najprv k tomu správnemu riešeniu. Čo je vlastne napätie a teda čo vlastne meria taký voltmeter? Každý bod v elektrickej schéme má svoj elektrický potenciál (označujeme φ_A - elektrický potenciál v bode A). Napätie medzi bodmi A a B vypočítame ako rozdiel potenciálov v bodoch A a B a teda:
$U_{AB} = \Delta\varphi = | \varphi_A - \varphi_B |$.



Poďme teraz k nášmu zapojeniu podľa zadania. Nech úbytok napätia (rozdiel potenciálov) na jednej batérii je $\Delta\varphi$. Označme si uzly, v ktorých je pripojený voltmeter v danej schéme ako A (má potenciál φ_A) a B (má potenciál φ_B) a počítajme, aký úbytok napätia je na vetve s troma batériami. Bude to $3\Delta\varphi$, na vetve s deviatimi batériami to bude $9\Delta\varphi$. Ako sme si už povedali, napätie medzi bodmi A a B vypočítame ako rozdiel potenciálov v bodoch A a B a teda napätie na oboch týchto vetvách je rovnaké (lebo sú zapojené paralelne). A nie len to, aj napätie na vetve s voltmetrom je presne také isté, lebo je tiež určené rozdielom potenciálov v bodoch A a B. Teda platí:

$$3\Delta\varphi = | \varphi_B - \varphi_A | = U_{AB} = | \varphi_A - \varphi_B | = 9\Delta\varphi,$$

z čoho $3\Delta\varphi = 9\Delta\varphi$, a teda $\Delta\varphi = 0V$, takže $U_{AB} = 0V$, čo je hľadané napätie, ktoré nameria ideálny voltmeter.

Prečo vlastne dôvodom nulového napätia nie je skrat, ktorý bol vo vašich riešeniach toľko spomínaný? No preto, lebo batéria je istý zdroj napätia a všetci vieme, že každý zdroj napätia, ako aj naše milé jednovoltové batérie, majú svoj vnútorný odpor (zjavne nie nulový). Preto v našej schéme nejde o zapojenie nakrátko, kde by bol nulový odpor a kde by prechádzal nekonečne veľký elektrický prúd a teda naozaj skrat nie je dôvodom, prečo voltmeter ukazuje 0V.

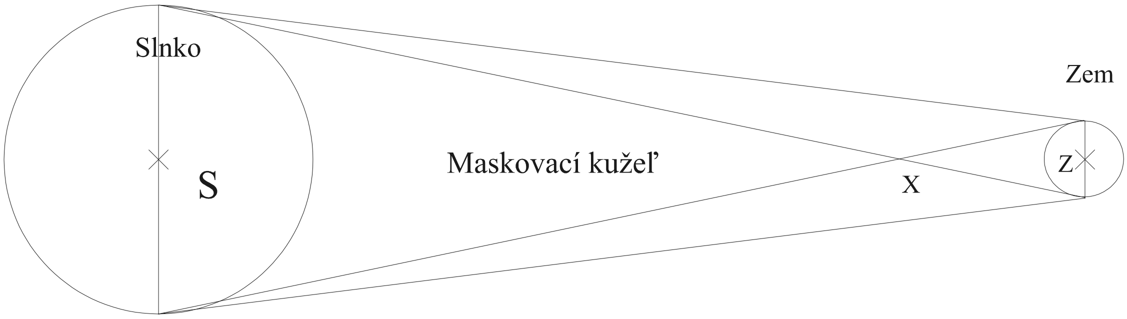
Ešte pochvala patrí všetkým, ktorí sa snažili prakticky zmerať napätie... čo už, keď nemáme ideálny voltmeter?!

A teraz už hŕŕ sa na vianočné medovníčky a pozor na všelijaké nebezpečné napätia pri zapínaní vianočných svetielok :-).

B-3.2 IFO (opravovala Bohumil Silvester Bohunický)

Pri riešení tejto úlohy budeme hľadať polohu, v ktorej má byť IFO neviditeľné a nebudeme sa zamýšľať nad tým, akým spôsobom sa tam udrží. Pripomeniem, akým mechanizmom sa chcú mimizemšťania zamaskovať: postavia sa tak, aby pri pohľade zo Zeme na kozmickú loď pozorovateľ na Zemi videl za kozmickou loďou Slnko. Slnko je veľmi jasný objekt a preto ak bude niečo, čo nesvieti, umiestnené pred ním, nebude to viditeľné. Z podobných príčin nevidíme cez deň hviedy, aj keď tie svietia stále.

Našou úlohou je nájsť priestor, do ktorého keď umiestnime objekt, bude sa pri pohľade zo zeme premietať pred Slnko. Urobme pár zanedbaní: Priemery Slnka a Zeme sú veľmi malé v porovnaní s ich vzdialenosťou, ďalej že uhlový rozmer kozmickej lode pri pohľade zo Zeme je zanedbateľný oproti uhlovému rozmeru Slnka, teda že ak by sme videli kozmickú loď, videli by sme ju ako bod. Potom je úloha už jednoduchá:



Z krajného bodu na Zemi vidíme Slnko v priestore ohraničenom kužeľovou plochou. Na druhom kraji Zeme môžeme spraviť podobný kužeľ. Priestor, cez ktorý sa pozeráme na Slnko, teda priestor, cez ktorý nutne musia ísť všetky slnečné lúče, ktoré dopadnú na Zem, je prienikom všetkých takýchto kužeľov urobených zo všetkých obvodových bodov na Zemi, teda tých miest na Zemi, kde práve zapadlo Slnko. Tento priestor je tiež kužeľ. Vrchol má v bode *X* a podstavu tvorí (za predpokladu, že Slnko je veľmi ďaleko v porovnaní s jeho rozmermi) priemer Slnka. Ako ďaleko je bod *X*? Dá sa to určiť aj z hlavy: Máme dva podobné trojuholníky s rovankým vrcholovým uhlom. Priemer Slnka lomeno priemer Zeme sa rovná vzdialenosť Slnka od *X* lomeno vzdialenosť Zeme od *X* a to celé sa rovná 109, lebo priemer Slnka je 109-krát väčší ako priemer Zeme. Teda Zem je k tomuto bodu 109-krát bližšie ako Slnko. Napíšem vzorcom pre tých, ktorí potrebujú prijať informáciu cez vizuálny kanál:

$$109 = \frac{D_{Slnka}}{D_{Zeme}} = \frac{|SX|}{|ZX|}$$

kde D_{Slnka} je priemer Slnka a D_{Zeme} je priemer Zeme, *SX* je vzdialenosť stredu slnka od *X*, *ZX* je vzdialenosť Zeme od *X*. Ďalej platí rovnosť:

$$|SX| + |ZX| = 150.000.000 \text{ km}$$

Teda:

$$|ZX| = \frac{150.000.000 km}{109 + 1} = 1.360.000 \text{ km}$$

Odpoveď znie: Aby bolo IFO maskované Slnkom, musí byť na spojnici Slnko-Zem minimálne 1.36 mil. kilometrov ďaleko.

Druhá vec je, ako bude IFO obiehať. Aby sa tento objekt nedostal z kužeľa von, musí obiehať spolu s ním s dobou obehu jeden rok. Všimnite si zaujímavú relatívnosť: ak *A* obieha okolo *B* a na spojnici *A* a *B* leží *C*, tak pri pohľade z *A* vidíme, že *C* obieha okolo *A* a pri pohľade z *B* vidíme, že *C* obieha okolo *B*. Toto je práve náš prípad. Teda pri pohľade zo Zeme sa nám bude zdať, že teleso obieha okolo Zeme (ideálne pre mimozemšťanov, aby uvideli celý povrch Zeme, ale majú smolu, nemôžu vidieť, ako to u nás vyzerá v zime za polárnym kruhom).

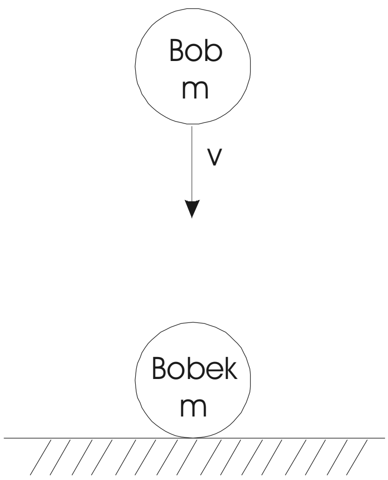
B–3.3 Karate (opravovala Rebro)

Ako mnohí z vás správne zistili, podstatná v tomto prípade nebola odporová sila vzduchu, ale atmosférický tlak. Ak buchneme po pravítku, snaží sa pravítko odlepiť od stola a pri tom musí zdvihnúť papier. To ale nie je také jednoduché, pretože na vrchnú stranu papiera pôsobí atmosférický tlak (napr. len pre papier formátu A4 je to sila zhruba 6 *kN*), ktorý nie je z druhej strany kompenzovaný. Keď zdvíhame papier pomaly, medzi papier a stôl stihne vniknúť vzduch a silu kompenzovať aj z druhej strany papiera. Takže keď po pravítku buchneme, papier sa chová akoby bol na stôl prilepený a pravítko sa zohne, prípadne aj zlomí (je mi naozaj ľúto všetkých pravítok, ktoré vďaka tomuto príkladu prišli o svoju existenciu, ale je pekné, že experimentujete).

A ešte také P.S. Ak mi napríklad napíšete, že je tam nejaká sila, ale nenapíšete, čo ju spôsobuje a pod... Nuž ja si to nedomyslím.

B-3.4 Drvivý dopad (opravoval Martin)

Musíme priznať, že tento príklad bol dosť nejednoznačne zadaný, a preto ani toto vzorové riešenie si nerobí nároky byť naozaj vzorovým. Spomeniem tu jeden spôsob, ako sa dal príklad pochopiť (teda tak, ako sme si predstavovali my, že ho pochopíte) a naznačím, ako ho bolo vtedy treba riešiť.



Budem predpokladať nasledovné veci:

- ťažšia guľa padá rýchlosťou **v** kolmo dole
- ráz je centrálny, t.j. gule sa pohybujú aj po zrážke len v zvislom smere
- zrážka gúľ s podložkou a medzi sebou je dokonale pružná
- zanedbávame trenie gúľ o seba, o podložku aj o vzduch
- neuvažujeme rotáciu gúľ.

Teraz treba ešte vyriešiť problém, čo sa bude diať, ak sa naraz zrazia dve gule a ešte k tomu aj podložka. Na chvíľku si môžeme predstaviť, že aj spodná guľa (tá ľahšia) bude kúsok nad podložkou v momente zrážky. Vtedy počítame jednoduchú zrážku dvoch gúľ s tým, že prvá (pre jednoduchšiu identifikáciu ju budem volať Bob) má hmotnosť $\mathbf{m_1=2m}$ a druhá (Bobek) $\mathbf{m_2=m}$ a Bob má rýchlosť (pred zrážkou) $\mathbf{v_1=v}$ a Bobek $\mathbf{v_2=0}$. Rýchlosti po zrážke označme **u**. Pri zrážke, keďže je pružná, sa musia zachovať energia aj hybnosť. Skombinovaním týchto dvoch zákonov dostaneme

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$
$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$
čo si nepochybne každý z vás dokáže odvodiť (stačí napísať ZZE a ZZH a skombinovať ich).

Teraz môžeme do rovníc dosadiť vstupné hodnoty a dostaneme výsledok
$$u_1 = \frac{1}{3}v \quad u_2 = \frac{4}{3}v\,.$$
To znamená, že obe gule sa budú pohybovať ako keby naďalej smerom dole, ale tá spodnejšia (Bobek) pôjde rýchlejšie ako Bob. Bobek sa teraz odrazí od podložky a narazí znova do Boba. Tentokrát teda vstupujú do zrážky s rýchlosťami
$$v_1 = \frac{1}{3}v \quad v_2 = -\frac{4}{3}v\,,$$
kde mínusko znamená, že guľa ide hore a nie dole a je za odraz Bobka od podložky. Rýchlosti znova dosadíme do rovníc a dostaneme výsledky po druhej zrážke
$$u_1 = -\frac{7}{9}v \quad u_2 = \frac{8}{9}v\,.$$
Tentokrát teda Bob už poletí hore a Bobek sa odrazí dole. Keďže je ale rýchlejší ako Bob, stihne sa odraziť znova od podložky a Boba dobehnúť. Nastáva tretia zrážka, do ktorej vstupujú s rýchlosťami
$$v_1 = -\frac{7}{9}v \quad v_2 = -\frac{8}{9}v$$
a po zrážke budú mať rýchlosti
$$u_1 = -\frac{23}{27}v \quad u_2 = \frac{20}{27}v\,.$$
Teda znova Bob pôjde hore a Bobek dole. Ten sa odrazí od podložky, ale už Bobka nedobehne.

Pre bežného pozorovateľa (napríklad riešiteľa FKS) ale všetky tieto udalosti prebehnú príliš rýchlo. On(a) stihne spozorovať akurát to, že Bob dopadne na Bobka a potom obaja vyletia hore s rýchlosťami, aké sme vypočítali. Kto sa dočítal až sem, môže si odo mňa pýtať na sústredení čokoládu a ideme určiť výšku, do akej Bob vyletí. Z rovnice spomaleného pohybu v gravitačnom poli
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$
dostaneme výšku výletu
$$h = \frac{u_1^2}{2g} = \left(\frac{23}{27}\right)^2 \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{23}{27}\right)^2 h_0\,,$$
kde $\mathbf{h_0}$ je výška, z ktorej padal Bob.

To je celé riešenie, ako sme si ho predstavovali. Bohužiaľ, nikto sa nedostal ďalej ako po určenie rýchlostí po prvej zrážke. Mnohí ste sa zamotali v tom, že ste uvažovali nepružné zrážky, necentrálne zrážky, odpor prostredia a podobne. To samozrejme nebolo vylúčené, ale ako je jasné, nedalo sa vtedy vôbec určiť, do akej výšky gulička vyskočí. Pri bodovaní som sa však snažil oceniť každý dobrý nápad, aj keď sa nepodobal tomuto riešeniu.