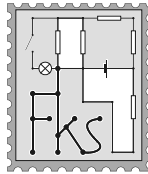


FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
B-kategória (mladší)
16.ročník
letný semester
školský rok 2000/2001



FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
fks@center.fmph.uniba.sk
www.fks.sk

B-3.1 Bublanie v plechovke (opravovala Rebro)

Máme nádobu v tvare valca, ktorej výška $2h$ je rovná $1m$. V strede výšky valca je vodorovná priečka s maličkým otvorom. V spodnej časti je len vzduch tlakom p_0 rovným $100000 Pa$, vo vrchnej časti je naliaty glycerín. Maličký otvor otvoríme a glycerín začne pretekať do spodnej časti. Treba určiť výšku hladiny glycerínu v spodnej časti nádoby v okamihu, keď vzduch zo spodnej časti začne prebublávať cez zvyšný glycerín vo vrchnej časti nádoby. Počas celého deja sa teplota sústavy nemení.

Nuž myslela som, že tento príklad bude ľahký, ale niektorým dal zabráť, aj keď dali svoje hlavy dokopy (keď už odpisujete, tak aspoň správne riešenie, ale radšej neodpisujte vôbec).

A ospravedlňujem sa za nejednoznačné zadanie, lebo niektorým napadlo aj to, že nádoba nemusí byť otvorená, a tak v dolnej časti je tlak $100000 Pa$ a hore len hydrostatický tlak glycerínu. Preto by vzduch začal prebublávať hneď, keďže tlak glycerínu je omnoho menší.

Ale ono to je otvorené, na priečku tlačí jednak glycerín a tiež i vzduchový stĺpec nad ním atmosferickým tlakom (pokojne ste mohli počítať s atmosferickým tlakom rovným $100000 Pa$, je to krajšie číslo ako $101325 Pa$). A tak je hore o tlak glycerínu viac.

Ale keď začne glycerín tiecť dole, tlak v spodnej časti sa bude zväčšovať, množstvo vzduchu sa nemení, ale znižuje sa objem. Dej máme izotermický, môžeme využiť stavovú rovnicu.

Zároveň hydrostatický tlak glycerínu klesá, lebo klesá jeho výška v hornej časti nádoby. Vzduch začne prebublávať v okamihu, keď tlak dole bude väčší ako v hornej časti, hraničný okamih je, keď sa tlaky vyrovnajú.

Nuž a nejaký výpočet: (Keď už zadám konkrétne hodnoty, je treba dorátať konkrétny výsledok a nie sa uspokojiť s tým, že však hustota nebola zadaná. Ináč hustota glycerínu je $1260 kg/m^3$.)

Platí stavová rovnica:

$$p_0 V_0 = p_1 V_1,$$

kde p_0 je pôvodný tlak v spodnej časti, p_1 je tlak v spodnej časti v hraničnom okamihu a $V_0 = S h$, kde S je podstava nádoby, $V_1 = S (h - x)$, pričom x je výška glycerínu v hraničnom okamihu v spodnej nádobe

Tlak v spodnej časti:

$$p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_1},$$

tlak hore:

$$p_0 + (h - x) \rho g,$$

kde ρ je hustota glycerínu. V hraničnom okamihu platí:

$$p_0 V_0 / V_1 = p_0 + (h - x) \rho g,$$

podosadzujem a upravím na

$$x^2 \rho g - (2h + p_0) x + h^2 \rho g.$$

Riešením kvadratickej rovnice, ktorá len vyzerá nepríjemne, dostanem 2 riešenia, z ktorých jedno logicky vylúčim. Potom výška glycerínu v okamihu, keď vzduch začne prebublávať je:

$$y = h - x = 2,8 \text{ cm.}$$

Prajem pekné leto.

B-3.2 Deň na Merkúre (opravovala Kika)

Merkúr obehne okolo Slnka raz za 88 dní a jedno jeho otočenie okolo osi vzhľadom na hviezdy trvá 59 dní. To znamená, že čas medzi dvoma za sebou idúcimi východmi vybranej hviezdy je práve 59 dní. Vypočítajte, ako dlho trvá deň a noc na Merkúre.

Merkúr obehne okolo Slnka raz za 88 dní a jedno jeho otočenie okolo osi vzhľadom na hviezdy trvá 59 dní. Merkúr sa otáča tým istým smerom okolo svojej osi ako okolo Slnka.

Ak teraz chceme určiť, koľko bude trvať deň a noc na Merkúre bude vhodné vybrať pre nás výhodnú vzťažnú sústavu. Pre zjednodušenie si predstavme, že Slnko bude obiehať okolo Merkúru (raz za 88 dní). Aby sme si to ešte viac uľahčili, predpokladajme, že dráha po ktorej bude obiehať Merkúr, resp. Slnko bude kruhová (nie eliptická) a rotačná os Merkúru sa nebude odchyľovať od kolmice na obežnú dráhu.

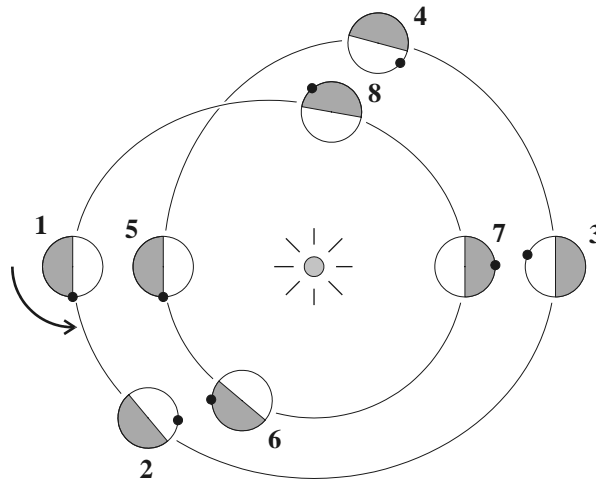
Pozorovateľ na Merkúre bude sledovať naokolo obiehajúce Slnko, ktoré bude po oblohe „behať“ opačným smerom uhlovou rýchlosťou danou rozdielom uhlových rýchlostí Slnka a Merkúru:

$$\omega = \omega_M - \omega_S = 2\pi \left(\frac{1}{T_M} - \frac{1}{T_S} \right).$$

Ľahko určíme čas, za ktorý sa znova stretne Slnko a pozorovateľ, čo je vlastne naše hľadané riešenie:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{T_S T_M}{T_S - T_M} = \frac{88 \times 59}{88 - 59} = 179 \text{ dní}.$$

Druhý spôsob riešenia bol pomocou nasledovnej úvahy a obrázka:



Mnohí z vás sa dočítali v múdrych knižkách, že Merkúr sa otočí trikrát okolo svojej osi za čas, ktorý potrebuje na dva obehy okolo Slnka. V konečnom dôsledku to vyplýva aj zo zadania úlohy ($2 \times 88 \cong 3 \times 59$). Keď si to pekne nakreslíme vidíme, že počas prvého obehu okolo Slnka bude pozorovateľ otočený smerom k Slnku, bude teda deň. Za ten čas sa Merkúr otočí okolo svojej osi 1,5-krát. Pri druhom obehu bude v tme a teda bude noc.

Na základe toho môžeme povedať, že noc aj deň budú spolu trvať práve 2×88 hodín, čo je 176 dní. Tieto hodnoty pochopiteľne nie sú presné, nakoľko sme uvažovali zaokrúhlené časy, kruhovú dráhu a nulový odklon.

B-3.3 Kladky pod stropom (opravoval Cyril)

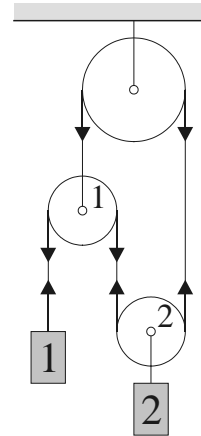
Určte, aká musí byť hmotnosť druhého závažia, ak má byť sústava na obrázku v rovnováhe.

Kladky sem, kladky tam. Každý z Vás už isto videl kladku a keď aj nie takú ozajstnú, tak aspoň malé umelohmotné kolečko na labákoch z fyziky. Takže nemusím vysvetľovať, že kladka je v pokoji (netočí sa), keď na oba jej konce pôsobíme rovnakou silou, pričom je jedno, či ide o pevnú alebo voľnú kladku.

Teda v rovnováhe platí, že bez ohľadu na hmotnosť závaží alebo kladiek je nitka z oboch strán (každej) kladky napínaná rovnakou silou. Takže je všade napínaná rovnakou silou F (všetky sily – šípky na obrázku znázorňujú rovnakú silu F).

Keď sa teraz bližšie pozrieme na kladku 1, vidíme že smerom hore je ťahaná silou F a smerom dole silou $F + F = 2F$. Takže táto kladka nebude nikdy v rovnováhe (len v prípade, že na závažia ani kladky nepôsobia žiadne tiažové sily, teda majú nulovú hmotnosť), ale bude sa vždy hýbať smerom nadol.

Komu nestačí, že sa hýbe kladka a požaduje len, aby sa nehýbali závažia, si môže ľahko overiť, že ak sa hýbe kladka 2 hýbe sa aj 2. závažie (teda kladka 2 musí byť v pokoji). A ak je v pokoji kladka 2 a hýbe sa kladka 1, hýbe sa zas závažie 1. Teda ani vlk nie je sýty ani ovca celá a sústava nebude v rovnováhe nikdy. A to úplne nezávisle od hmotností závaží, či kladiek. Papa.



B-3.4 Drevá (opravár FoX)

Prečo sa kmene stromov splavované po vode vždy natočia po smere toku rieky a nie kolmo na prúd?

Najdôležitejší poznatok: prúdenie v rieke nie je ideálne. To znamená, že tečúca voda nemá v každom bode rieky rovnakú rýchlosť. Keďže voda je kvapalina reálna, tak v nej vzniká trenie o brehy, ale najmä dno (plytká voda), čím voda pri kraji prúdi pomalšie. Voda v strede sa trie len o okolitú vodu a preto prúdi rýchlejšie. (Skúste hodiť slamku do vody pri kraji a v strede rieky - ktorá bude skôr v mori?)

Nech brvno hodíme do vody trebárs kolmo na prúd rieky – otáča sa. Prečo? Pretože na každý koniec brvna narazí iné množstvo vody za rovnaký čas a tým pádom pôsobí na každú stranu brvna iná sila. Na jednom ramene kmeňa vnikne väčšia sila, ktorá začne otáčať telesom. Drevo sa otáča a otáča až kým nie je v rovnobežnej polohe a tam sa po nejakej tej chvíľke prestane točiť. Prečo? Jeho rotačný pohyb sa utlmí a rozhybať ho nemá čo, pretože rozdiel rýchlostí na takej vzdialenosti ako je šírka kmeňa nie je taký veľký ako je vzdialenosť pri šikmom alebo úplnom natočení po celej dĺžke kmeňa.

Filozofická otázka by bola – a čo keď dáme brvno presne do stredu rieky? A teraz nastupujú vlnky a žblnky o ktorých tak všetci vehementne písali. Tie spôsobia vychýlenie z presného stredu rieky a už je to náš známy prípad.

Nakoniec by som rád pochválil Janka Smreka a Barborku Trubenovú za pekné riešenia.

P.S.(pre všetkých, ktorí o tom písali): V rovnobežnej polohe má brvno menší odpor a čo má byť? Nás zaujímalo, že prečo sa natočia tak ako sa natočia.

Príjemné prázdniny, nenechajte si všetky ťažko získané vedomosti a skúsenosti vyfúkať, vytopiť a vyopaľovať z hláv. V septembri (termín prvej série bude 26.9.) si Vás opäť nájde

vaše **FKS**.

