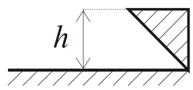
FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo zimnej časti 17. ročníka
A-kategória (staršia)
školský rok 2001/2002
termín príchodu riešení
5. 12. 2001

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
`riesenia@fks.sk`
`info@fks.sk`

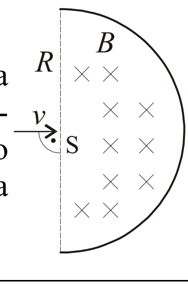
A-3.1 Barová úloha (5 bodov)
Na obrázku máme nakreslený prierez mantinelu biliardového stola. Je skonštruovaný tak, aby pri náraze naň biliardová guľa neprešmykovala. Vypočítajte, aká musí byť výška h hornej hrany mantinelu, ak je polomer biliardovej gule r.



A-3.2 Dlhý, široký a bystrozraký (5 bodov)
Krátkozrakí ľudia niekedy pri pohľade do diaľky žmúria, aby videli veci ostrejšie. Pri fotoaparáte sa zasa pre dosiahnutie väčšej ostrosti používa clona. Prečo?

A-3.3 Prastarý gramofón (5 bodov)
Aby starodávne gramofóny hrali, bolo ich treba natočiť kľukou. Ako zosilňovač fungovala veľká lievikovitá rúra. Bez rúry gramofón skoro nebolo počuť, ale s ňou hral krásne. Kde vzala rúra energiu na zosilnenie zvuku?

A-3.4 FKS náboj (5 bodov)
Do polkruhovej oblasti s polomerom R s magnetickým poľom B kolmým na rovinu polkruhu vlieta kolmo elektrón rýchlosťou v tak ako na obrázku. Hranicu oblasti (polkružnicu) tvorí ideálne zrkadlo, od ktorého sa elektrón po dopade pružne odrazí. Aká bola pôvodná rýchlosť elektrónu v, ak vieme, že sa po odraze od zrkadla vrátil do počiatočného bodu?



Tento seminár je organizovaný s podporou
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund
Iuventy
a KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 2. série
A-kategória (starší)
17.ročník
zimný semester
školský rok 2000/2001

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

Pozor, pozor!

27. 1. – 2. 2. 2002 bude v Belušských Slatinách zimné sústredenie FKS. Na všetkých tých, čo prídu a neprídu tak o veľa zábavy, ale aj nejakej fyziky, sa už teraz teší

vaše **FKS**

A-2.1 Bublinka pod tlakom (opravoval Tomáš)

Hermeticky uzavretý sud je úplne naplnený vodou. Na jeho dne je jediná malá bublinka. Tlak na dno suda je v tomto okamihu p. Ako sa tento zmení, ak bublinka vypláva nahor pod poklop suda? Uvedomte si, že voda je nestlačiteľná.

No, vy ste tomu dali… vyskytlo sa zopár správnych riešení (pozdravujem všetkých odpisovačov) ale inak bieda. Pozrime sa teda na tú úlohu. Bublinka je na spodku suda. Jej tlak je P, čo je zároveň aj tlak vody tesne pri dne suda (robíme veľa zanedbaní, na záver si však kľudným svedomím budeme môcť povedať, že všetky boli oprávnené). Tlak na dno suda je teda P. Bublinka vypláva nahor. Jej objem sa pritom nezmení, uvedomte si, že sud je hermeticky uzavretý a voda nestlačiteľná. Jej teplota sa zmení nepatrne – prakticky vôbec. To znamená, že sa nezmení ani jej tlak.

Vďaka Pascalovmu zákonu bude mať celá vrstva vody pod vrchom suda obsahujúca bublinku ten istý tlak P. Tlak na dno suda v tomto prípade bude P plus hydrostatický tlak vody, ktorý je ρgh (význam symbolov je dúfam každému jasný). Tlak na dno sa teda zväčšil o ρgh. Pritom tlak P je určite menší než ρgh, pretože tlak v bublinke na začiatku je daná práve týmto tlakom vody nad ňou. Prirátа sa však aj možné stláčanie suda.

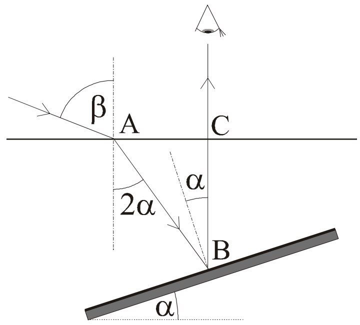
Toto ste niektorí spravili, no nikto sa nad výsledkom príliš nezamýšľal. Uvedomte si, že ρgh môže byť obrovské číslo a tento výsledok pritom, ako sa zdá vôbec nezávisí od objemu bublinky. To sa takýto výsledok nikomu z vás nezdal divný? (Svetlou výnimkou je Andrej Osuský.) Nie je čudné, že malá bublinka zvýši tlak na dno suda o 100 kPa? Je takéto čosi vôbec možné? Môže sa stať, že tých 100 kPa roztrhne sud? Je možné aby malilinká bublinka rozdrapila sud ako mokrý papier?

No vážne, celé je to trošku inak. Predstavte si tú bublinku veľmi malú. Tlak v sude sa naozaj zvýši o tých 100 kPa. Problém je v tom, že tento tlak sa nijako neprejaví. Je to akýsi virtuálny tlak, dokonca ho ani nezmeriame. Ako sa totiž v praxi prejavuje tlak? Ak sa potápam, cítim tlak vody. To znamená, že voda okolo mňa sa snaží vyplniť priestor, v ktorom sa nachádzam. Podobne, ak meriam tlak v pneumatike, tlak vzduchu sa prejaví tak, že sa natlačí do rúrky tlakomera a stlačí pružinu, ktorá je v ňom. V našom sude síce je obrovský tlak, avšak, čo sa stane, ak sa tento tlak bude chcieť prejaviť? Napríklad, ak by sme navŕtali dno suda a pripevnili naň tlakomer. Voda sa nahrnie do rúrky tlakomera a bublinka sa roztiahne. A ak je bublinka ozaj malá, jej tlak pritom prudko klesne. Tlakomer v konečnom dôsledku nameria iba tlak P, tých virtuálnych 100 kPa sa neprejaví. Z toho istého dôvodu nemôže bublinka sud roztrhnúť. Ak by sa sud máličko zdeformoval, tlak v bublinke rapídne klesne a žiadny veľký prask sa nekoná.

Na záver: povrchové napätie vody, nerovnosti pod povrchom suda, sud nemá ideálne vodorovný vrch… Zrátajte si, aký tlak spôsobí v bublinke o polomere 0,1 mm. Deformácia bublinky pod povrchom suda tento tlak ešte zmenší. Výsledok je v porovnaní s našimi 100 kPa, na ktoré sa hráme, zanedbateľný. To je odo mňa na dnes všetko, dobrú noc, pekné fyzikálne sny a nezabúdajte, že surová intuícia nie je väčšinou ideálny spôsob riešenia FKS...

A-2.2 Zrkadielko podvodník (opravoval Matúš)

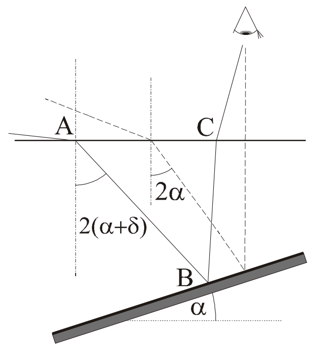
Na dne veľkého akvária máme zrkadlo. Keď zviera s dnom určitý uhol α, vidíme jednu jeho polovicu svetlú a druhú skoro úplne tmavú. Ako je to možné? Pri akej hodnote uhla α takáto situácia nastáva? Odpoveď fyzikálne zdôvodnite. Môžete si to samozrejme sami aj vyskúšať. Ak sa Vám to podarí, napíšte aj o tom.



V zadaní sa píše čosi o tmavej polovici zrkadla. Záhadné a nečakané stmavnutie môže byť len ťažko spôsobené niečím nesúvisiacim s medzným uhlom, na ktorý si určite v súvislosti s lomom svetla spomínate. Skúsme skúmať situáciu na prvom obrázku. Pri našom pohľade zhora (tak ako bolo zadané) sa lúče pri výstupe z vody (v bode C) nelámu. To znamená, že pri svojom dopade na zrkadlo zvierajú s kolmicou uhol α (rovný sklonu zrkadla). Pod rovnakým uhlom sa musia aj odraziť. Preto je uhol medzi lúčom a kolmicou v bode A rovný 2α. Presviedča nás o tom obrázok a napríklad taká tá veta o striedavých uhloch z geometrie: kolmice v bodoch A a C sú rovnobežné, s kolmicou v C zviera lúč po odraze v bode B uhol 2α, preto musí rovnaký uhol zvierať s kolmicou v A…

Ostáva zistiť, kedy by dochádzalo v bode A k lomu pod medzným uhlom. Vtedy, keď platí $\beta = 90°$. Dosadíme do zákona lomu ($n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$) toto a ešte $n_1 = n$, $n_2 = 1$ a dostaneme $1 = n \sin(2\alpha)$. Kde sa vzal, tu sa vzal, vyšiel nám hľadaný kritický sklon zrkadielka

$$\alpha = \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{n}.$$



Teraz už je načim zistiť, ako presne nastáva spomínané stmavnutie polovice zrkadielka. Pozrime sa bližšie na druhý obrázok. Nech uhol α je presne taký, že lúč smerujúci zvislo nadol sa v bode C láme pod medzným uhlom. Pozrime sa na zúbky lúču prichádzajúcemu z ľavej polovice zrkadielka (na obrázku ľavej, vo všeobecnosti tej čo je hlbšie pod vodou ako bod zrkadielka presne pod naším okom). Ten nie je v poslednom úseku cesty zvislý, ale vchádza do oka tak ako na obrázku, s nejakým odklonom ε od kolmice. Ešte vo vode bol uhol medzi kolmicou v bode A a týmto lúčom δ – podľa zákona lomu by sme ľahko zistili jeho hodnotu v závislosti od ε, stačí nám však istota, že je to kladné číslo. Uhol dopadu lúča na zrkadielko je rovný $(\alpha + \delta)$ a podobne ako na začiatku nakoniec zistíme, že pri lome v bode A je výsledný uhol medzi kolmicou a lúčom dvojnásobok tejto hodnoty, teda $2(\alpha + \delta)$. Takýto lúč sa však pod vodnú hladinu nedostane! Pod vodou môžeme nájsť iba uhly menšie ako ten, ktorý dostaneme pri lome pod medzným uhlom. To v praxi znamená, že k nám z ľavej polovice zrkadielka žiadne lúče neprichádzajú, slovami bežného človeka tá polovica je tmavá. Mnohí ste si to však vyskúšali a videli ste čosi iné. Čo s tým?

Malá časť z vás videla to, čo bolo popísané v zadaní, teda tmavú opačnú polovicu zrkadielka. To sa vo fyzike občas stáva, že človek pozoruje to, čo chce pozorovať a nie to, čo naozaj je. Nemusím asi zdôrazňovať, že by sa to stávať nemalo. Tak pozor nabudúce – riaďte sa zásadou “Never ani vlastnému bratovi a FKS už vôbec nie!”…

Omnoho častejšie však bolo smutné konštatovanie, že nami sľubované magické zážitky neprišli. Teória je však neúprosná – ten jav má nastať! Kde je teda problém? V usporiadaní experimentu. Vo výpočtoch vyššie sme uvažovali iba tie lúče, ktoré do vody prichádzajú cez hladinu zo vzduchu. Teda ak má niekto pod vodou svetlomet, jeho lúče sa môžu odrazom od zrkadielka dostávať do nášho oka a ono sa nám nebude zdať tmavé. Väčšina z vás však pod vodou svetlomety nemala (malá pochvala – nemal ich tam nikto! :-). Pozor ale. V podstate tam boli, aj keď nie priamo. Lúče prechádzajúce bočnými stenami akvárií, alebo rozptýlené smaltovaným dnom vane radi splnili ich úlohu a spoľahlivo svojim šumom prehlušili akékoľvek pozorovateľné efekty. Skúste si to preto ešte raz s akváriom so stenami oblepenými tmavým papierom a hádam sa dočkáte vytúžených zážitkov. Veľa zdaru!

A-2.3 Súboj o drahokam (opravoval Martin Plesch)

Plť dĺžky L = 10 metrov má hmotnosť m = 10 kg a pláva na vode blízko brehu tak ako na obrázku. Nie je o breh uviazaná, jediným jej spojivom s pevninou je tyč s hmotnosťou 1 kg položená jedným koncom na breh, druhým na okraj plte. Koeficient trenia medzi tyčou a pevninou, resp. plťou je f = 0,1. Uprostred tyče je vzácny drahokam. Na opačnom konci plte stojí námorník Pepek s hmotnosťou M = 80 kg a vie, že o 30 sekúnd priletí sup Brutus a drahokam si vezme. Stihne sa k nemu Pepek dostať skôr? Pozor, ak sa bude príliš ponáhľať, drahokam môže spadnúť do vody! Neuvažujte to, že pri svojej chôdzi Pepek plť rozhojdáva.

Na moje veľké prekvapenie a ešte väčšie potešenie väčšina z vás nemala s príkladom vážnejšie problémy. Niekoľkí sa však k výsledku, že drahokamu sa zmocní obávaný vták Brutus, prepracovali nie celkom korektne. Poďme sa teda pozrieť, ako sa to dalo zistiť rýchlo a bez použitia derivácií.

Drahokam (so zanedbateľnou hmotnosťou) je položený na doske o hmotnosti 1 kg. Doska sa opiera na oboch koncoch, na jednej strane brehu a na druhej strane plte. Na plť teda pôsobí zvislou silou *g*/2. Predpokladáme, že plť sa nesmie vôbec pohnúť, inak by sa nám drahokam stratil v nedoziernych hlbinách. Maximálna sila, akou môže Pepek pôsobiť pri svojom rozbehu na plť teda bude rovná maximálnej trecej sile, ktorá je $0{,}1g/2 \approx 0{,}5\ \mathrm{N}$. Takáto sila udelí vytrénovanému námorníkovi relatívne malé zrýchlenie, a to $a = F/m \approx 0{,}00625\ \mathrm{m.s^{-2}}$. Ak predpokladáme, že pohyb bude rovnomerne zrýchlený (iné prípady rozoberieme neskôr), dráha, ktorú prejde za 30 sekúnd bude $s = \frac{1}{2}at^2 \approx 2{,}81\ \mathrm{m}$, čo je o dosť menej ako potrebných 10 metrov. A sme hotoví, nestihne to.

Ešte sa môžeme zaoberať prípadom, že by zrýchlenie pri pohybe nebolo konštantné. Pepkovi by to v nijakom prípade nepomohlo, pretože jeho okamžité zrýchlenie v každom čase by muselo byť menšie alebo rovné ako naše, vypočítané zrýchlenie (inak by sa plť pohla a drahokam by spadol). Dráha, ktorú by prešiel, by tak vždy bola menšia ako naša vypočítaná. Rovnaká argumentácia prejde aj pre prípad skokov apod. Iná vec je, ak by si ľahol, vtedy by mohol získať taký meter, meter a pol (ruku by mal ďalej ako svoje ťažisko, ktorého polohu sme počítali), ale keďže mu chýba viac ako 7 metrov, nič sa nedá robiť.

A aké boli najčastejšie chyby? Väčšinou ste zabudli na $\frac{1}{2}$ pri určovaní trecej sily. Niektorí ste zavádzali aj rýchlosť plte a používali na ňu ZZH a neskôr žiadali, aby bola nulová, čo nebol korektný spôsob (ak máme externú silu, ktorou trecia nepochybne je, hybnosť sa nezachováva). Výsledok nakoniec vyšiel správny, ale… nemusel by.

Tak, ako povedali onehdá pán prezident, *a máme to za sebou*. A ani to nebolelo.

A-2.4 Potápač vo zvone (opravoval Nagi)

Tesne pod hladinou mora sa nachádza potápač v uzavretom zvone v tvare kužeľa s výškou h a polomerom podstavy R. Zvon má spolu s potápačom hmotnosť M. Akú prácu vykonáme, keď ho zdvihneme tesne nad hladinu? Hustota morskej vody je ρ.

Ahojte potápači a potáplice. Celý tento príklad bol o tom, že potápač sa aj so svojím zvonom dostane na hladinu a jeho miesto zaujme slaná morská voda. Prácu na to potrebnú vypočítame jednoducho pomocou zmien potenciálnej energie zvona a vody.

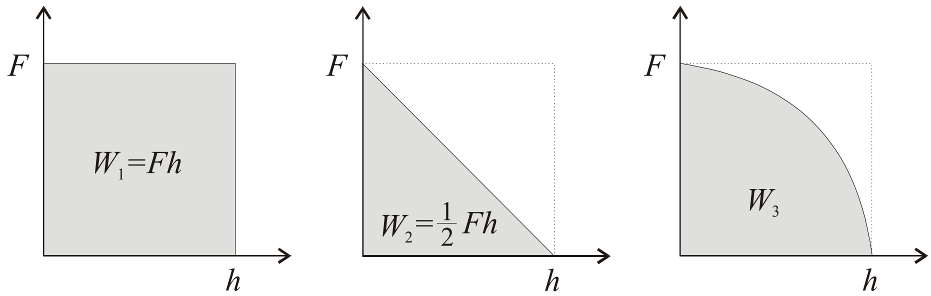
Zvon sme zdvihli o celú výšku H, jeho potenciálna energia sa teda zvýšila o $E_1 = MgH$. O koľko sa ale zmenšila potenciálna energia vody? Stačí si uvedomiť, odkiaľ tá voda prišla. No predsa z pokojnej morskej hladiny, ktorá tým ani o trochu neklesne. Veď more je široké a hlboké a vôbec. Je to more. No a voda sa nám „naliala“ do kužeľovitej diery s ťažiskom vo výške $H/4$ od podstavy, teda vo vzdialenosti $s = 3H/4$ od hladiny. Potenciálna energia vody teda klesla o

$$E_2 = mgs = V\rho gS = \frac{1}{3}\pi R^2 H\rho g\frac{3H}{4} = \frac{1}{4}\pi R^2 H^2 \rho g,$$

celková práca potrebná na vytiahnutie zvona bola teda

$$W = E_1 - E_2 = MgH - \frac{1}{4}\pi R^2 H^2 \rho g.$$

Väčšina z vás sa pokúšala riešiť tento príklad cez sily. Sila pôsobiaca proti zdvíhaniu zvona (= tiažová - vztlaková) sa tu bude počas zdvíhania zvona meniť, ale vôbec nie lineárne. A to vás teda naozaj neoprávňuje tváriť sa, že je to to isté, ako keby bola sila celý čas konštantná – s veľkosťou rovnou priemeru konečnej a začiatočnej. Tak by to bolo, keby sila bola priamo úmerná výške vynorenia h. Keď si nakreslíte obrázky a uvedomíte si, že prácu W počítame ako plochu pod krivkou $F(h)$, musí vám byť jasné, že W_3 len tak ľahko vypočítať nepôjde:



Na to by sme museli integrovať a zbytočne sa tak púšťať do súbojov s príťažlivými, ale aj zradnými matematickými symbolmi v príznačnom tvare hadov. To ale vôbec nebolo treba. Preto chválim T.Dzetkuliča a J.Závodného za elegantné a slušné riešenia. Dopotápania.

A – kategória, **2. séria** zimného semestra 17. ročníka FKS

	Priezvisko	**Meno**	**Trieda**	**Škola**	**①**	**A-2.1**	**A-2.2**	**A-2.3**	**A-2.4**	**☠**	**Σ**
1.	Osuský	Andrej	4 B	G BA J. Hronca	19,50	5,0	5,5	5,0	5,0		40,00
2.	Stribula	Tomáš Timotej	4 B	G AV Levice	16,00	4,0	5,0	4,0	5,0		34,00
3.	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	16,96	1,0	5,0	4,0	5,0		33,09
4.	Dzetkulič	Tomáš	4 A	G PH Michalovce	15,00	0,5	4,5	5,0	5,0	-1	29,00
5.	Skopalová	Eva	4 A	G Poprad Popr. nábr.	17,00	1,0	4,5	2,0	5,0	-1	28,50
6.	Galovič	Marián	3 B	G Kurzweise-Eisenstadt	11,50	2,5	5,0	4,0	4,0		28,05
7.	Chudý	Michal	4 B	G AV Levice	10,50	4,5	5,0	5,0	2,5		27,50
8.	Matúška	Ján	4 B	G Lučenec	8,00	4,5	-	5,0	5,0	-1	21,50
9.	Smrek	Ján	se. N	1SG BA Čapkova	11,50	1,5	2,5	1,5	2,5		20,94
10.	Juhos	Pavol	ok.	G BA Grösslingova	12,50	-	-	4,0	5,0	-1	20,50
11.	Rybár	Jozef	se. B	G BA sv. Uršule	8,37	4,5	1,5	4,0	1,5	-1	20,33
12.	Dzurjanin	Peter	ok.	G BA Grösslingova	10,00	0,5	1,0	4,0	5,0	-1	19,50
13.	Dravecký	Pavol	se.	Int. School of Latvia	11,97	0,5	0,5	0,0	5,0		19,23
14.	Pavlík	Ján	se.	G VBN Prievidza	9,97	2,5	-	3,5	1,5	-1	17,87
15.	Cvik	Pavol	se.	G BA J. Hronca	6,70	1,0	-	4,0	3,5		16,66
16.	Šipeki	Miroslav	4 B	G BA Einsteinova	8,50	1,5	1,0	1,5	1,5	-1	13,00
17.	Plašienka	Dušan	4 B	G BA Einsteinova	2,50	2,0	-	4,0	2,0		10,50
18.	Ježo	Tomáš	4 C	G Humenné	-	4,5	1,0	3,5	2,0	-1	10,00
19.	Škriniar	Jakub	2 A	G VBN Prievidza	1,29	0,5	-	5,0	2,0	-1	9,19
20.	Pitňa	Alexander	se. B	OG Štúrovo	4,37	0,5	-	1,0	3,0	-1	8,91
21.	Petrík	Kristián	4 A	G BA Matky Alexie	5,00	-	-	1,5	2,0		8,50
22.	Darula	Radoslav	se. B	G BA Pankúchova	1,77	0,5	3,0	0,5	1,5	-1	7,46
23.	Klučka	Ondrej	se. N	1SG BA Čapkova	5,82	-	-	-	-		5,82
24.	Tomeček	Jozef	4 B	G BA Einsteinova	5,00	-	-	-	-		5,00
25.	Kunzo	Matej	4	G BA Matky Alexie	4,00	-	-	-	-		4,00
26.	Tinaj	Jozef	4 D	G VPT Martin	-5,50	-	-	-	-		-5,50