FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. séria letnej časti 18. ročníka
A – kategória (starší)
školský rok 2002/2003
termín príchodu riešení
16. 4. 2003

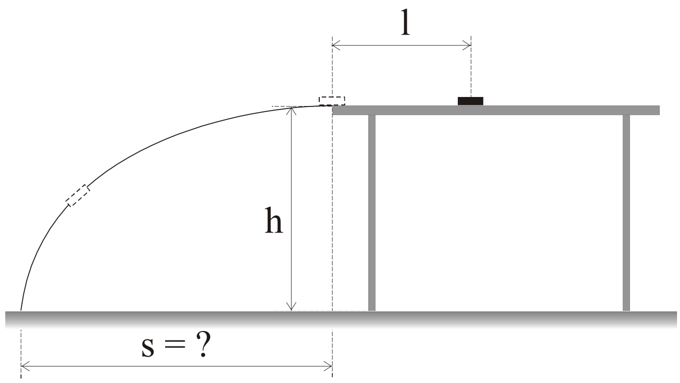
www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 3.1 Priemerné Slnko (5 bodov)
a) Vymyslite a prakticky realizujte experiment, pri ktorom čo najpresnejšie zistíte uhlový priemer Slnka (teda uhol, pod ktorým vidíme slnečný kotúč).
b) Spôsobom, ktorý ste realizovali v časti a) zistite, či je pravdivé nasledovné tvrdenie: „Mesiac je väčší nízko nad obzorom než keď ho máme vysoko nad hlavou."

A – 3.2 Kobylka (5 bodov)
Odhadnite výkon kobylky zelenej pri odraze ku skoku do výšky jeden meter.

A – 3.3 Vlak (5 bodov)
Vlak sa pohybuje po priamej ceste. Vnútri vlaku je o podlahu pevne pripevnený stôl. Na stole je zápalková škatuľka. Vlak začne zrazu brzdiť (rovnomerne spomaľovať), čím sa zápalková škatuľka dá do pohybu, až nakoniec padne na zem (pozri obr.) Ako ďaleko od stola dopadne? Uvažujte, že vlak brzdí po celý čas pádu zápalkovej škatuľky. Trenie medzi stolom a škatuľkou je nulové.



A – 3.4 Zrkadielko, povedzže mi.. (5 + 1 bod)
Predstavte si polopriepustné zrkadlo. Keď naň zasvietime svetelným lúčom intenzity *I*, tak zrkadlo prepustí lúč intenzity 2/3*I* a zvyšok, t.j. lúč intenzity 1/3*I* odrazí späť. Majme 3 takéto zrkadlá postavené za sebou. Lúč akej intenzity prepustí resp. odrazí táto optická sústava keď na ňu zasvietime lúčom intenzity *I*?
Pre makačov (bonus bod): riešte túto úlohu pre *n* zrkadiel postavených za sebou (netreba na to žiadnu ťažkú matiku).

Tento seminár je organizovaný s podporou
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund
Iuventy
a KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
A–kategória (starší)
18.ročník
letný semester
školský rok 2002/2003.

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 1.1 Rámček (opravovala Zuzi)

V blízkosti dlhého priameho vodiča s prúdom stojí vo vzduchu kovový rámček (tak, že vodič leží v rovine tohto rámčeka). Ak ho chceme od vodiča vzdialiť na miesto vyznačené čiarkovanou čiarou, môžeme si vybrať medzi dvoma možnosťami presunu – buď rámček jednoducho posunieme, alebo ho otočíme okolo jeho strany AB. *Oba presuny trvajú rovnako dlho. Pri ktorom z nich sa v rámčeku uvoľní viac tepla? Prečo?*

V príkladíku z okolia vodiča s prúdom sa nám podarilo mierne vám zapliesť hlavy, aj keď potešilo ma, že mnohí z vás sa aj tak dokázali zo spleti fyzikálnych značiek vymotať. Niektorí však mali problémy určiť aj pôvod javu, na ktorý sa pýtame, preto sa do toho pustime pekne krásne poporiadku.

Otázkou je teplo, ktoré sa uvoľňuje v rámčeku počas jeho presunu magnetickým poľom. Je preto prirodzené najskôr si uvedomiť, prečo toto teplo vôbec vzniká. Čo sa teda pri takom presune rámika nehomogénnym magnetickým poľom deje? V rámiku sa v dôsledku zmeny magnetického indukčného toku plochou rámika indukuje napätie (resp. rámikom začína tiecť indukovaný prúd, ktorý „sa snaží“ kompenzovať zmenu magnetického indukčného toku, ktorá ho vyvolala). Potom sa už k otázke uvoľneného tepla dostávame priamočiaro. Môžeme si totiž vypočítať prácu, ktorú indukovaný prúd vykoná, a tá bude práve rovná teplu, ktoré sa v rámiku uvoľní. Toto bol teda stručný popis toho, čo sa počas presúvania rámika deje. Teraz sa už ale pustime do konkrétnych prípadov posúvania a otáčania.

Aby sme mohli tieto dva pohyby rámika porovnať, treba si uvedomiť, čím sa líšia a ako tieto rozdiely vplývajú na vyššie opísané veličiny. Preto si ešte napíšme presne, čo nás zaujíma. Ako sme si povedali, uvoľnené teplo si vyjadríme ako prácu vykonanú indukovaným prúdom:

$$W(\Delta t) = UI\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t \ ,$$

kde je uvedená vykonaná práca iba za krátky časový okamih. Pretože indukované napätie nie je konštantné v čase, aby sme získali celkovú vykonanú prácu za dobu T, museli by sme tento výraz preintegrovať alebo inak povedané, nakresliť si priebeh funkcie U^2/R a spočítať plochu pod ňou. Keďže platí:

$$U = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

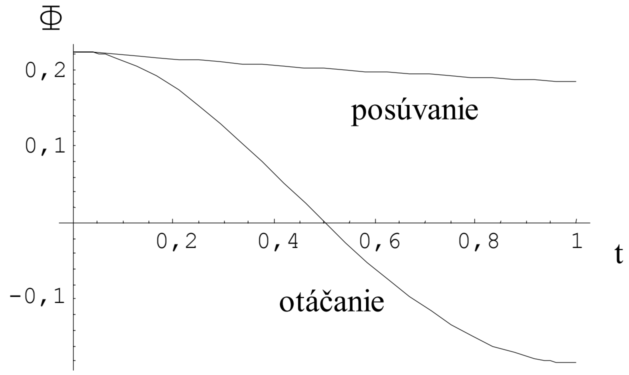
(opäť, tento vzťah je platný pre malé Δt, čiže dostávame hodnotu napätia indukovaného „v danom okamihu“), potrebujeme sa pozrieť, ako sa líši priebeh druhej mocniny zmeny magnetického toku v prípade posúvania a otáčania rámika.

Od čoho teda závisí zmena indukčného toku? Od toho, ako sa mení hodnota magnetickej indukcie vnútri rámika a efektívna plocha, ktorú pretínajú indukčné čiary, pretože magnetický tok rámikom vieme vyjadriť ako $\Phi = BS\cos\alpha$, kde α je uhol zvieraný normálou k ploche rámika a vektorom magnetickej indukcie. Pri určovaní magnetického toku v jednotlivých časových okamihoch (a následne jeho zmeny) si ale treba dať pozor. Hodnota magnetickej indukcie sa so vzdialenosťou r od vodiča mení ako $1/r$ a navyše indukčné čiary majú tvar sústredných kružníc v rovine kolmej na vodič a so stredom vo vodiči. Preto pri určovaní Φ

plochou S treba skúmať najskôr malú plôšku ΔS a pozerať sa, aký uhol zviera s indukčnými čiarami ňou prechádzajúcimi a aká je v nej veľkosť B. Výsledné Φ potom určíme presčítaním cez celú plochu rámika. Vidíme, že je to pomerne komplikované, preto sa nebudeme trápiť a naozaj túto úlohu rátať, ale na pomoc si zavoláme známeho kúzelníka – sedliacky rozum.

Na začiatku je magnetický tok Φ_1 v oboch prípadoch rovnaký. To je ľahučké. Ako sa ale ďalej mení? V prípade posunutia sa síce magnetický indukčný tok rámikom bude postupne zmenšovať, na záver ale skončí na hodnote Φ_2, ktorá bude mať rovnaké znamienko ako Φ_1. A čo sa deje v prípade otáčania rámika? Rámik, ako sa postupne otáča, dostane sa aj do polohy (označme si ju P_0), keď magnetický indukčný tok rámikom bude nulový a ďalej sa bude meniť až na hodnotu $-\Phi_2$. To, že má indukčný tok na konci rovnakú absolútnu veľkosť, je jasné. Ako je to so znamienkom? Opačné znamienko súvisí s tým, že od polohy P_0 sa uhol α zvieraný magnetickou indukciou a normálou k ploche rovná 180° oproti 0° na začiatku (resp. 0° na konci v prípade posúvania rámika).

To, čo nás zaujíma, je druhá mocnina zmeny indukčného toku. Pozrime sa teda na graf závislosti $\Phi(t)$. Ak by sme vedeli priamo rozhodnúť o tom, ktorý graf je strmší, a teda kde nastáva väčšia zmena magnetického toku, tak sme úlohu vyriešili. Pri pohľade na obr. vidíme, že minimálne v prvej jeho časti (po polohu P_0) musí byť graf $\Phi(t)$ v prípade otáčania strmší, pretože sa z pôvodného toku Φ_1 musíme dostať do hodnoty 0, kým pri posune jeho hodnota len klesne na nejakú kladnú nižšiu. Už v tejto fáze sa teda uvoľní viac tepla ako počas celého posunu rámika. Preto nás druhá časť grafu vlastne ani nemusí zaujímať.



Po úspešnom vyriešení úlohy by som možno rada ešte povedala pár poznámok na záver. Prvá sa bude týkať polohy P_0. Mnohí z vás ju opísali ako polohu, keď je rámik kolmo na svoju pôvodnú polohu. Uvažovali ste tak preto, že indukčná čiara s polomerom rovným vzdialenosti stojacej strany rámčeka, je na rámček kolmá. Neuvedomili ste si ale, že indukčné čiary s o kúsok väčšími polomermi rámik v tejto polohe pretínajú. Správne nájdeme polohu P_0 tak, že obe strany rovnobežné s vodičom s prúdom budú od rámika rovnako vzdialené. V tomto prípade všetky indukčné čiary, ktoré do rámika vchádzajú, z neho aj vychádzajú, a teda magnetický tok plochou rámika bude nulový.

Na záver by som ešte chcela podotknúť, že mnohí z vás sa snažili riešiť prípad tak, že si rámik rozdelili na jednotlivé strany a snažili sa riešiť napätie vznikajúce na koncoch jeho strán. Väčšinou ste boli dosť neúspešní, ale hlavne ste zabúdali na jeden základný fakt (a v ňom je možno učebnica fyziky trošku zavádzajúca): že na to, aby sme sa mohli pozerať na zmenu indukčného toku, potrebujeme mať uzavretú plochu a pozeráme sa práve na zmenu tejto plochy v čase, resp. zmenu magnetickej indukcie vnútri rámika. Čiže na skúmanie zmeny indukčného toku nám nestačí to, že sa bude hýbať v magnetickom poli samotný vodič bez toho, aby bol súčasťou uzavretého obvodu. To si treba veľmi dobre uvedomiť, aby nedochádzalo k nedorozumeniam.

Fuh, tak sme sa tuším úspešne ku koncu prepracovali. Želám vám krásny dníček plný úsmevov.

A – 1.2 Minca vo vode (opravoval Čermo)

Predstavte si, že sa z výšky H pozeráte kolmo na vodnú hladinu. Vo vzdialenosti h pod vodnou hladinou vidíte malú mincu. V akej skutočnej vzdialenosti od povrchu vody sa minca nachádza? Index lomu vody je n.

Tak, isto ste odpočinutí z prázdnin, takže sa môžeme plní elánu pustiť na vec☺.

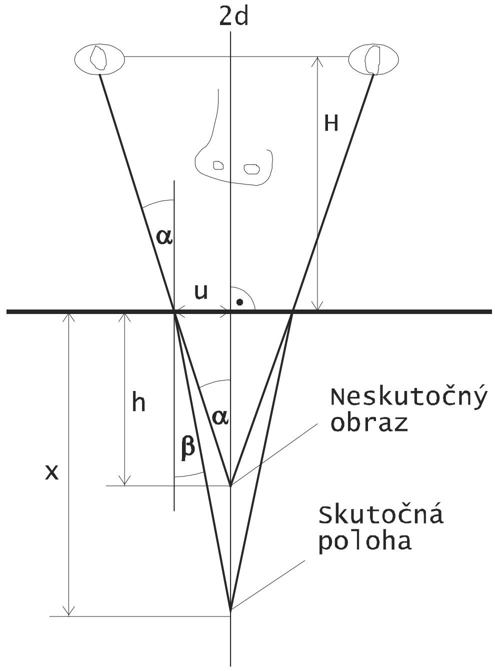
Dôležité pri riešení takejto úlohy je vedieť, ktoré fakty môžem zanedbať alebo pozmeniť tak, aby som si úlohu zjednodušil, ale pritom riešil ten istý problém (odhaliť o aký princíp ide a všetko ostatné zanedbal...) alebo neporušil nejaký fyzikálny princíp.

V našej úlohe ide o pozorovanie mince pod hladinou, inak povedané, skúmame šírenie svetla rôznymi prostrediami. Z tohto hľadiska je možné mincu považovať za „malú“ (podľa zadania!) a brať ju ako hmotný bod.

Ďalej tu vstupuje na scénu pozorovateľ - človek, ktorý sa na mincu pozerá (kolmo). Veľmi lákavé je si teraz povedať, že je to ako keby mal iba jedno oko, ktoré sa pozerá priamo (kolmo) na mincu (napr. pre jednookého piráta je to triviálna záležitosť) a riešiť ďalej iba tento prípad. Ale, pýtali ste sa niekedy „jednookého piráta“ ako vníma okolie svojimi očami? Skúste si spraviť malý experiment tak, že istý čas (malo by stačiť cca. 15 min.) sa budete pozerať iba jedným okom. Zistíte, že začnete vidieť iba dvojrozmerne, stratíte predstavu o tom čo je ako ďaleko od vás. Uvážením tohto faktu je chybné používať na určovanie hĺbky iba jedno oko (Ak si myslíte, že stačí, aby mala minca nejaký rozmer a z uhlovej veľkosti určíte jej vzdialenosť, ide principiálne o zlý postoj, pretože vaše oko by na sietnici potrebovalo nejaký dĺžkový etalón, podľa ktorého by porovnávalo zväčšenie či zmenšenie pozorovaného objektu).

O svetle vieme, že sa v rôznych prostrediach šíri rôznymi rýchlosťami (v závislosti od indexu lomu).V konečnom dôsledku to spôsobuje , že sa pri prechode medzi nimi láme podľa Snellovho zákona:

$$\sin\alpha . n_1 = \sin\beta . n_2.$$



Takže keď pozorujeme mincu, vidíme ju v pôvodnom smere akou k nám svetlo dorazilo, ale vďaka tomuto lomu je v skutočnosti niekde inde.

Situácia je znázornená na obrázku ☺. Potom platia nasledujúce vzťahy:

$$u = \frac{h}{H+h} d \quad \text{(podobnosť)} \qquad (1)$$

$$tg\alpha = \frac{d}{H+h} \qquad (2) \quad , \quad tg\beta = \frac{u}{x} \ . \qquad (3)$$

Aby sme mohli vyjadriť neznámu dĺžku (u), potrebujeme ešte súvis medzi α a β. Na to využijeme už spomenutý zákon lomu, pričom platí, že index lomu svetla vo vzduchu je približne 1 a ten vo vode označíme n:

$$\sin\alpha = n\sin\beta. \qquad (4)$$

Bystrý pozorovateľ zbadá, že máme 4 rovnice o 4 neznámych.... ale sú tam aj nejaké sínusy a tangensy. Tie nám trošku znepríjemňujú život, ale ak si uvedomíme, že v skutočnosti sú uhly α a β malé ($d << H$) môžeme položiť:

$$\sin\alpha = \text{tg}\alpha \quad \text{a} \quad \sin\beta = \text{tg}\beta.$$

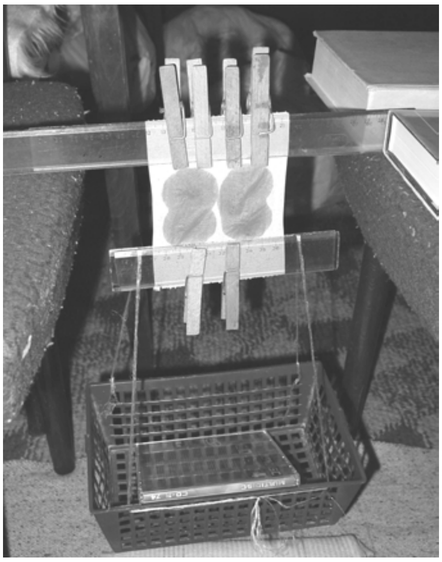
Po tejto úvahe už ľahko dôjdeme ku hľadanému výsledku:

$$x = h.n\ ,$$

kde n je index lomu vody.

A - 1.3 Mokrý mýval (opravoval Roman)

Odmerajte závislosť medze pevnosti toaletného papiera "Harmasan mýval" (alebo nejakého podobného) od množstva a rozmiestnenia vlhkosti v papieri - plošnej hustoty [g/cm³]. Na navlhčenie papiera môžete použiť napr. injekčnú striekačku.



Na začiatok uvediem do poriadku "plošnú hustotu", ktorá nemá byť [g/cm³] ale [g/cm²]. V princípe je to však jedno. Meranie závislosti bolo určite náročné nielen po invenčnej, ale aj po psychickej stránke, takže poďme na to.

Treba zmerať závislosť medze pevnosti v ťahu papiera od plošnej hustoty vlhkosti. Medzu pevnosti definujeme ako podiel maximálnej sily F, pri ktorej sa materiál ešte nevratne nezdeformoval a prierezu S_P, na ktorý táto sila pôsobí $\sigma = F/S_P$.

Plošnú hustotu vlhkosti môžeme uvažovať buď ako podiel hmotnosti vody m obsiahnutej v priereze S_k samotnej mokrej škvrny, alebo ako množstvo vody m obsiahnutej v priereze celého útržku S, $ph = m/S$.

Materiál a príprava experimentu

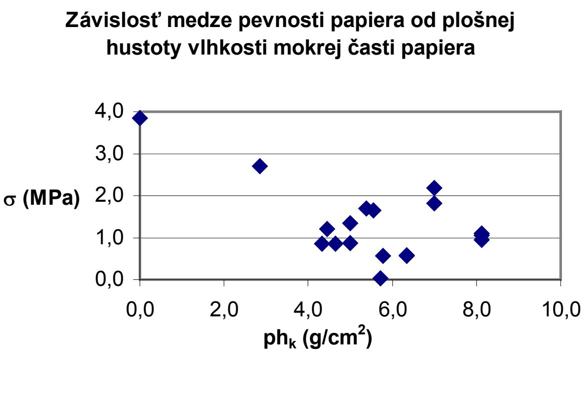
Jednotlivé útržky toaletného papiera Harmasan Mýval som upevnil na vrchnej aj spodnej strane medzi dve pravítka a zaistil štipcami na prádlo. Útržky som orientoval pozdĺžne. Pomocou kvapkadla od kvapiek do nosa som papier navlhčil príslušným množstvom vody a počkal som, kým sa voda dostatočne vpije do papiera. Následne som túto zostavu umiestnil medzi dve stoličky a zaťažoval. Ako závažie slúžili prázdne obaly od CD, ktoré som ukladal do košíka na ovocie, prípadne košíka na štipce, podľa množstva vlhkosti. viď obr.

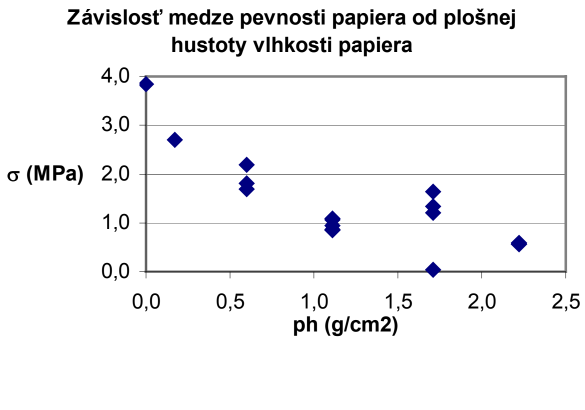
Experiment

- priemerné rozmery útržku som určil na 12,2 cm x 9,6 cm x 0,054 mm
- priemerná hmotnosť jednej kvapky 0,07 g bola určená ako priemer 115 kvapiek
- veľkosť vlhkej škvrny som približne meral pravítkom
- hmotnosť, ktorá spôsobila pretrhnutie útržku, som meral kuchynskými váhami s presnosťou 10 g, avšak táto presnosť nie je relevantná vzhľadom na hmotnosť jedného závažia - cca 70 g

Namerané hodnoty sú zobrazené v nasledovnej tabuľke a grafoch. Jednotlivé veličiny znamenajú:

m_z (g) – hmotnosť záťaže, pri ktorej sa pretrhol útržok; S_p (cm²) – plocha prierezu papiera
m_k (g) – hmotnosť vody nakvapkanej na papier; S_k (cm²) – plocha mokrej škvrny
S (cm²) – plocha útržku; σ (MPa) – medza pevnosti v ťahu
ph_k (mg/cm²) – plošná hustota vlhkosti mokrej časti papiera
ph (mg/cm²) – plošná hustota vlhkosti papiera





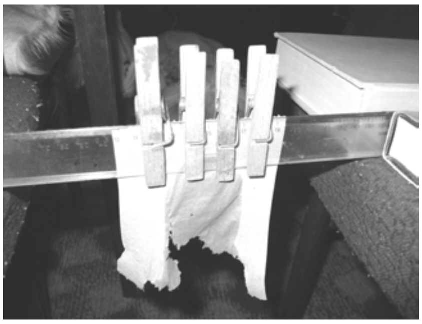
kvapky	m_z (g)	S_p (cm^2)	m_k (g)	S_k (cm^2)	S (cm^2)	ph_k (mg/cm2)	ph (mg/cm2)	σ (Mpa)	pozorovania
	1160	0.052	0.07	10	117	7.0	0.6	2.2	
1 v strede	900	0.052	0.07	13	117	5.4	0.6	1.7	trhá sa v strede
	960	0.052	0.07	10	117	7.0	0.6	1.8	
	500	0.052	0.13	16	117	8.1	1.1	0.94	
2 v strede	580	0.052	0.13	16	117	8.1	1.1	1.1	trhá sa v strede
	560	0.052	0.13	16	117	8.1	1.1	1.1	
	870	0.052	0.2	36	117	5.6	1.7	1.6	trhá sa na
3 nad sebou	640	0.052	0.2	45	117	4.4	1.7	1.2	viacerých miestach
	710	0.052	0.2	40	117	5.0	1.7	1.3	naraz
	450	0.052	0.13	30	117	4.3	1.1	0.85	
2 vedľa seba	460	0.052	0.13	26	117	5.0	1.1	0.87	trhá sa zrazu
	450	0.052	0.13	28	117	4.6	1.1	0.85	
3 vedľa seba - pás	20	0.052	0.2	35	117	5.7	1.7	0.038	
	300	0.052	0.26	41	117	6.3	2.2	0.57	
2 x 2	310	0.052	0.26	41	117	6.3	2.2	0.58	
	300	0.052	0.26	45	117	5.8	2.2	0.57	
10 x 8 malých	1430	0.052	0.02	7	117	2.9	0.2	2.7	trhá sa v mieste
0	2040	0.052	0	0	117	0.0	0.0	3.8	upevnenia

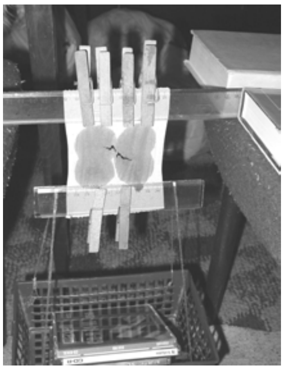
Diskusia

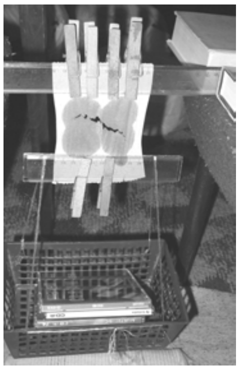
Namerané hodnoty zobrazené v prvej závislosti sú rozptýlené relatívne blízko seba. Z toho príliš veľa informácií nezískame. Avšak evidentne vidieť, že pri namočení papiera výrazne klesne jeho medza pevnosti v ťahu.

V druhej závislosti sú namerané hodnoty dobre separované. Ukazujú, že čím je škvrna širšia, tým prudšie klesá pevnosť. Útržok, ktorý bol navlhčený po celej šírke, sa mi pretrhol iba pôsobením samotného úchytného zariadenia (pravítka so štipcami). Podľa nameraných hodnôt možno povedať, že pevnosť výrazne klesá rozširovaním mokrej škvrny, čo je rozumné predpokladať vzhľadom na to, že pevnosť mokrého papiera je asi o dva rády menšia ako suchého. Tu akoby sme pôsobili iba na suchú časť papiera. Pri rovnakej šírke mokrej škvrny pevnosť mierne klesá zväčšením škvrny vo zvislom smere (porovnajte 3 zvislo nad sebou a 1 v strede, prípadne 2 v strede, 2 vedľa seba a 2 x 2).

Ilustračné zábery







Starý a možno aj vtip na záver

V USA testujú nový prototyp lietadla, ale stále sa im pri štarte ulomí krídlo. Vypíšu teda konkurz, komu sa podarí problém vyriešiť. Po mnohých neúspešných pokusoch sa prihlási aj istý slovenský inžinier. Príde k lietadlu a opýta sa: „Kde sa to trhá?“ Amíci mu ukážu. Chlapík zoberie vŕtačku a navŕta okolo kopec dier. Lietadlo sa rozbehne, vyletí, krídlo vydržalo. Pýtajú sa ho... Ing. odvetí: „Viete, ja pracujem v papierňach, my vyrábame toaletný papier. A máme dlhoročnú skúsenosť, že sa papier nikdy neutrhne tam, kde je predierkovaný...“

A - 1.4 Kváder v kvádri (opravoval Stano)

Na naklonenej rovine je dutý kváder hmotnosti m_1 a v ňom malý kvádrik hmotnosti m_2 (pozri obrázok). Naklonená rovina má sklon φ a hmotnosť M, trenie medzi všetkými zúčastnenými telesami je nulové. Sústavu držíme nehybnú, po uvoľnení sa dá do pohybu. Aké zrýchlenie má malý kvádrik vzhľadom na:

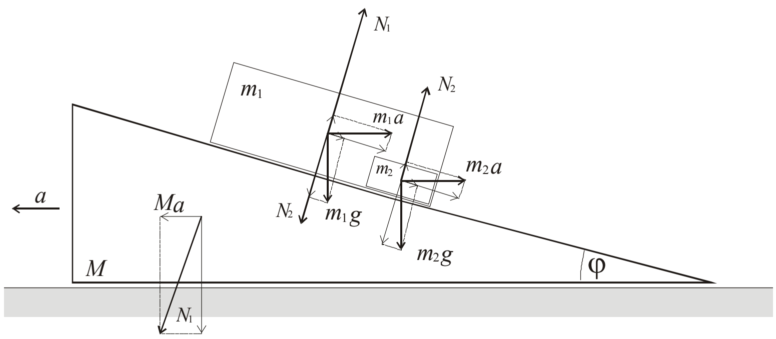
a) naklonenú rovinu b) veľký kváder

Na úvod treba zdôrazniť zadanie a totiž, že trenie medzi všetkými zúčastnenými telesami je nulové. Takže aj medzi podložkou a naklonenou rovinou. Preto sa po uvoľnení kvádra m_1 začne pohybovať aj naklonená rovina (vzhľadom na podložku).

Keď totiž máme izolovanú sústavu, ktorá je v pokoji, čiže hybnosť jej ťažiska je nulová a jedna jej časť sa začne pohybovať, musí sa v tom istom okamihu pohnúť opačným smerom iná jej časť, aby výsledná hybnosť bola opäť nulová. Alebo ak chcete, ak sa ťažisko celej sústavy nepohybovalo predtým, nesmie sa ani potom. Čo vyplýva zo zák. zachovania energie.

Táto úloha sa dá riešiť rôznymi spôsobmi. Snáď najvýhodnejší je prechod do neinerciálnej sústavy. Čiže situáciu budeme pozorovať vzhľadom na pozorovateľa, ktorý sedí na naklonenej rovine. Je to výhodné napríklad preto, lebo chceme určiť zrýchlenie malého kvádrika vzhľadom na naklonenú rovinu. Čiže zrýchlenie, ktoré vníma náš pozorovateľ. Táto sústava je však neinerciálna, lebo naklonená rovina sa pohybuje so zrýchlením a. A teda na každý kvádrik pôsobí naviac zotrvačná sila $F_a = -$ *hmotnosť* $\times\, a$ (mínus znamená, že pôsobí opačným smerom ako zrýchlenie naklonenej roviny). Keby tam naozaj sedel nejaký pozorovateľ, cítil by sa ako v rozbiehajúcom sa autobuse, lebo by naňho tiež pôsobila zotrvačná sila.

Predpokladajme teda, že sa naklonená rovina už pohybuje so zrýchlením a (pozri obr.). Na malý kvádrik pôsobia teda tri sily: tiažová sila, zotrvačná sila a sila reakcie podložky (v tomto prípade je to veľký kváder). Reakcia podložky je taká veľká, aby presne vyvážila zložky síl tiaže a zotrvačnej sily kolmé na naklonenú rovinu. Lebo kvádrik ani nepodskakuje, ani sa nezavŕtava do podložky. Potom je preň reakcia podložky rovná:



$$N_2 = m_2 g\cos\varphi - m_2 a\sin\varphi \qquad (1)$$

Pri počítaní reakcie podložky pre veľký kváder si treba uvedomiť, že navyše naň tlačí malý kvádrik silou N_2 (čo vyplýva zo zákona akcie a reakcie) A teda:

$$N_1 = N_2 + m_1 g\cos\varphi + m_1 a\sin\varphi \qquad (2)$$

Ako malý kvádrik pôsobí na veľký kváder silou N_2, tak pôsobí veľký kváder na naklonenú rovinu silou N_1. Jej vodorovná zložka udeľuje naklonenej rovine práve zrýchlenie a. Čiže:

$$Ma = N_1 \sin\varphi \qquad (3)$$

Teraz (1) dosadíme do (2) a to dosadíme do (3). Po pár úpravách vyjadríme zrýchlenie a:

$$a = g\cos\varphi\sin\varphi\frac{m_1 + m_2}{M + (m_1 + m_2)\sin^2\varphi} \qquad (4)$$

Urýchľovanie oboch kvádrov spôsobuje len gravitačná sila a sila zotrvačnosti. Presnejšie ich zložky. Takže:

$$m_1 a_1 = m_1 g \sin\varphi + m_1 a \cos\varphi$$

$$m_2 a_2 = m_2 g \sin\varphi + m_2 a \cos\varphi$$

Ako vidíme, hmotnosti v oboch rovniciach vypadnú, čiže zrýchlenia oboch kvádrov sú rovnaké $a_1 = a_2$. A teda zrýchlenie malého kvádrika vzhľadom na veľký kváder je nulové. Na získanie zrýchlenia malého kvádra vzhľadom na naklonenú rovinu dosadíme do vzťahu (4):

$$a_2 = g \sin\varphi \frac{M + m_1 + m_2}{M + (m_1 + m_2)\sin^2\varphi}$$

Nakoniec už len malá rada. Vždy, keď dostanete nejaký výsledok, snažte sa ho preveriť pre krajné prípady, v ktorých výsledok poznáme, lebo je triviálny. Napríklad v našom prípade je každému jasné, že ak by bol uhol naklonenej roviny nulový, nebude sa nič pohybovať. Alebo ak by bol uhol 90°, budú kvádre padať zrýchlením g. V oboch prípadoch sedia tieto tvrdenia s naším výsledným vzorcom (stačí tam dosadiť $\varphi = 0°$ alebo $\varphi = 90°$).
Ak by sme teda dostali výsledok:

$$a_2 = (M + m_1 + m_2)\frac{\sin\varphi \cos\varphi}{M + (m_1 + m_2)\cos^2\varphi} g,$$

znamenalo by to, že pri $\varphi = 90°$ je výsledné zrýchlenie $a = 0\ \mathrm{ms}^{-2}$, čo je zjavná blbosť.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 1. sérii letného semestra 18. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	☠	Σ
1.	Závodný	Jakub	se.	G BA Grösslingova	5.0	5.0	5.0	4.0		19.29
2.	Neilinger	Pavol	3 A	G Dunajská Streda	5.0	3.5	5.0	2.0		16.55
3.	Smrek	Ján	ok. N	1SG BA Bajkalská	5.0	5.0	5.0	1.5		16.50
4.	Batmendijnová	Zuzana	se.	G T. Vansovej	3.0	3.5	4.7	5.0	-1	16.12
5.	Baník	Dušan	3 A	G Poprad Popr. nábr.	3.5	3.5	4.7	3.0		15.87
6.	Štolc	Miroslav	se.	G Nitra Párovská	5.0	3.5	5.0	0.5		15.26
7.	Maták	Peter	3 E	G VBN Prievidza	5.0	3.5	–	5.0		14.82
8.	Burger	Michal	se.	G BA Grösslingova	4.5	3.5	–	5.0		14.37
9.	Svrček	Matúš	se.	G Terézie Vansovej	3.8	3.5	4.0	1.5		14.18
10.	Zalom	Peter	4 G	G Poprad Tatarku	5.0	3.5	5.0	0.5		14.00
11.	Fialka	Vlado	3 E	G K2 Prešov	3.8	3.5	4.5	0.5		13.72
	Kvašnáková	Katka	3 E	G K2 Prešov	3.8	3.5	4.5	0.5		13.72
13.	Tekel	Juraj	ok.	G M.M. Hodžu	5.0	3.5	4.0	1.0		13.50
14.	Brutovská	Eva	se.	G Kežmarok	1.0	5.0	4.0	1.5		12.97
	Kysel	Róbert	3 A	G BB Š. Moyzesa	2.5	3.5	5.0	0.5		12.97
16.	Šoltésová	Mária	3 B	G BA Grösslingova	3.0	3.5	4.0	–		12.00
17.	Trubenová	Barbora	3 A	G BA J. Hronca	1.0	4.0	4.0	1.0		11.50
18.	Budáčová	Hana	3 C	G BST Lučenec	1.0	3.5	4.5	0.5		11.00
19.	Mikulík	Andrej	3 B	G BA Grösslingova	1.0	3.5	4.0	–		9.97
20.	Žák	Vladimír	3 A	G LS Bardejov	4.5	3.5	1.0	0.0	-1	9.49
21.	Lauko	Martin	se. A	G JL Martin	1.5	1.5	4.5	0.5		9.44
22.	Dzetkulič	Michal	2 A	G PH Michalovce	4.0	3.5	–	–		8.91
23.	Potočková	Zuzana	se.	G Liptovský Mikuláš	–	5.0	–	2.0		8.37
24.	Molčány	Michal	3 E	SPŠE BA K.Adlera	3.8	–	–	1.0		5.89
25.	Majorošová	Gabriela	3 A	G Veľké Kapušany	–	4.9	1.0	0.0	-2	5.15
26.	Čajka	Jozef	3 A	G Spišská Stará Ves	1.0	1.0	1.5	0.5		4.96
27.	Krššák	Martin	se. A	G Piaristické Nitra	1.0	3.5	3.0	0.0	-4	4.91
28.	Feketeová	Erika	3 A	G Veľké Kapušany	1.0	0.5	1.0	–		3.16
29.	Santusová	Iva	3 C	G VPT Martin	0.0	0.5	1.5	0.0		2.54
30.	Naď	Miroslav	3 A	G Veľké Kapušany	0.5	1.0	1.5	0.0	-2	1.77
31.	Lakatoš	Pavol	3 A	G Veľké Kapušany	0.0	0.5	1.0	1.0	-6	-2.84