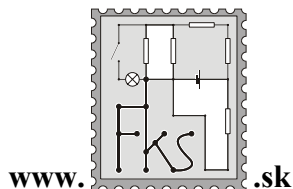


FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

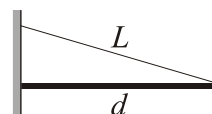
2. kolo zimnej časti 19. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2003/2004
termín príchodu riešení
7. 4. 2004



FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

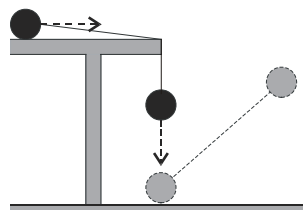
B–2.1 Visí na nitke (5 bodov)

Nit' dĺžky $L = 1$ m zanedbateľnej hmotnosti pridržiava tyč dĺžky $d = 60$ cm a hmotnosti $M = 4$ kg pri stene tak, ako na obrázku. Tyč je pritom o stenu iba opretá a je na ňu kolmá. Zistite, pri akej najmenšej hodnote koeficientu trenia medzi tyčou a stenou je uvedená situácia možná.



B–2.2 Padajúce spojené guľičky (5 bodov)

Máme dve rovnaké guľičky hmotnosti m , ktoré sú spojené nehmotnou niťou dĺžky h . Sú položené na stole tak, že jedna guľička prevísá cez stôl spolu s tretinou dĺžky nite. Výška stola je h . Po uvoľnení sa sústava dá do pohybu, prevísajúca guľička nepružne narazí na zem (prilepí sa) a druhá guľička spadne zo stola. V akej výške sa bude druhá guľička nachádzať, keď sa niť opäť napne?



B–2.3 V prúde je sila (5 bodov)

Vezmite pohár a naplňte ho v umývadle prúdom vody s prietokom 1 liter/10 s. Odhadnite veľkosť sily, ktorou pôsobí prúd vody na pohár. Všetky potrebné údaje zmerajte.

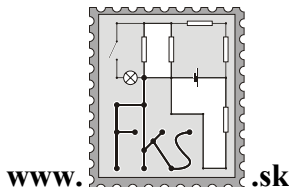
B–2.4 Tehla na pedál (5 bodov)

Naši poslanci už dávnejšie schválili zvýšenie maximálnej povolenej rýchlosti v obci z 50 na 60 km/h. Odhadnite, ako tým vzrástla brzdná dráha áut.

Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo zimnej časti 19. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2003/2004
termín príchodu riešení
5. 5. 2004



FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B–3.1 Gravitačná úloha (4 body)

Polomer planéty Jupiter je asi $R = 71800$ km. Štvrtá Jupiterova družica Kalisto je od stredu planéty vzdialená približne $26R$ a jej obežná doba je $T = 16,7$ dňa. Určite gravitačné zrýchlenie na povrchu Jupitera.

B–3.2 Trabantovica (5 bodov)

Po diaľnici uháňajú dva trabanty rýchlosťou 100 km/h. Zrazu si jeden z nich povie tak už dosť a zvýši rýchlosť na 200 km/h. Akú zmenu kinetickej energie pri tom pozoruje vodič druhého trabantu, akú pozoruje človek stojaci na zemi a akú ujo, ktorý celú situáciu s nadhľadom pozoruje zo Slnka? Ktorý pozoruje skutočnú zmenu kinetickej energie a prečo? Koľko benzínu naozaj minul trabant pri zrýchlení?

B–3.3 Veselé prasa (6 bodov)

Prasa si hovie na ideálnej niti dĺžky l a je mu dobre (viď obrázok). V jednom okamihu chytíme horný koniec nite a začneme ho ťahať:

- v smere šípky rýchlosťou veľkosti v ,
- v smere šípky so zrýchlením a .

V ťahaní pokračujeme donekonečna. Zrátajte maximálnu výšku, do ktorej sa prasa počas svojho pohybu dostane! Prasa aproximujte hmotným bodom.



B–3.4 Mat'kove guľičky (5 bodov)

Mat'ko má dve guľičky a potrebuje sa ich zbaviť. Za najrozumnejší spôsob považuje hodiť ich spodným susedom, preto prevráta podlahu a pustí prvú guľičku hmotnosti $2m$ do diery. Počká čas t a pustí do diery z rovnakého miesta aj druhú guľku s hmotnosťou m . Do akej výšky vyletí druhá guľička po prvom odraze? Vráti sa Mat'kovi alebo nie? Vzdialenosť podláh je H . Všetky zrážky považujte za dokonale pružné a rozmery guľičiek zanedbajte.

Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

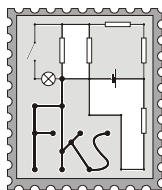
vzorové riešenia 1. série

B – kategória (mladší)

18. ročník

zimný semester

školský rok 2002/2003



www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK

Mlynská dolina

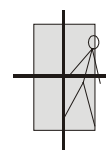
842 48 Bratislava

riesenia@fks.sk

info@fks.sk

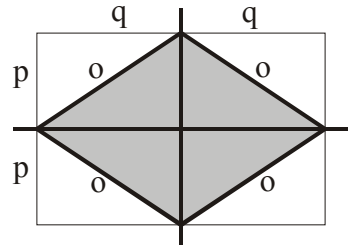
B – 1.1 Skúška dospelosti (opravoval Škrek)

V divokom africkom kmeni Fukoso musí mladý junák podstúpiť nasledovnú skúšku, aby sa stal dospelým lovcom: večer si položí dosku hmotnosti M na dve pevné vodorovné klady tak ako na obrázku (klady podopierajú dosku presne v osiach súmernosti). Na takto položenú dosku musí stráviť noc. Ak z dosky spadne všetci ho vysmejú a on odchádza hanebne uhynúť do púšte. Kde na doske môže mať nádejný levozabíjač hmotnosti m svoje ťažisko aby sa doska pod ním nepreklopila?



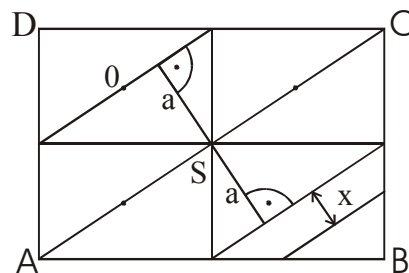
Nad krajinou už stáročia patriacu najdivokejšiemu kmeňu Afriky Fukoso sa zotmelo. Divoké zvery sa uložili spať a ešte divokejšie šelmy sa tešili na romantický nočný lov. Mladý Juro sa ich ale nebál. Mal pred sebou oveľa dôležitejšiu úlohu. Dnes je jeho veľká noc. Ak obstojí v skúške dospelosti, čaká ho obdiv, sláva a určite ne jeden pohľad od prekrásnych Fukosiek. Ak neuspeje čaká ho len smrť v hanbe a osamelosti. Priblížil sa ku krížu s klad ktorý si pri včerajšom rituáli sám urobil. Na kladách už bola prichystaná obdĺžniková doska o rozmeroch $2p \times 2q$ tak ako na obrázku.

Juro začal premýšľať. Tá doska je predsa dosť ťažká. Ak by hmotnosť dosky M bola väčšia ako jeho vlastná hmotnosť m , tak by sa po doske mohol rozvaľovať koľko chcel. Skusmo opáčil roh dosky. Pod tlakom jeho nohy sa doska okamžite naklonila. Juro si povzdychol. Nemal si dať takú ťažkú večeru. Toto bude dlhá noc. Juro ale nestrácal nádej. Zobral drievko a urobil si náčrt do slnkom vyprahnutej zeme (obr. 1).



Ak sa položí do kosoštvorca tvoreného štyrmi možnými osami otáčania o určite sa nepreklopí, lebo klady vykompenzujú jeho moment sily. Ale Juro ako človek slobodný a slobodomyselný chcel vedieť, pokiaľ až siahajú jeho hranice, ako ďaleko za os otáčania sa môže položiť. Položil si x ako maximálnu vzdialenosť svojho ťažiska od osi otáčania o v smere von z dosky a vzdialenosť a ako vzdialenosť

ťažiska celej dosky (tj. jej stredu) od o . Vedel, že v krajnom prípade sa moment jeho sily okolo osi o musí rovnať momentu sily dosky okolo o . Juro si uvedomil, že jedna osmina dosky pôsobí vzhľadom na vybranú os o opačným smerom momentu sily ako ostatok dosky. To by mohlo znamenať problém. Juro si prekreslil obrázok (obr. 2) a označil si na ňom všetky význačné body a vzdialenosti: ABCD – vrcholy dosky, S – stred dosky, A_1, B_1 – stredy strán AB a BC.



Juro si všimol že trojuholníky dosky A_1B_1S a A_1BB_1 vzhľadom na os o si navzájom vykompenzujú momenty síl lebo sú rovnaké, takže ich môžeme s radosťou ignorovať. Ako však vypočítať moment sily okolo o zbytku dosky? Platí, že výsledný moment sily je súčtom všetkých momentov síl. Juro si rozložil pozostalý útvar na obdĺžniky o stranách $p \times q$ a každý nazval podľa rohu dosky, ktorý mu prislúchal. Všetky tri obdĺžniky mali rovnakú hmotnosť $M/4$. Z obrázku mu bolo hneď jasné, že vzdialenosť ťažísk obdĺžnikov A a C od o je rovnaká

a rovná a , a vzdialenosť ťažiska obdĺžnika D je rovná $2a$. Z toho vyplýva, že moment sily, ktorým pôsobí ostatok dosky je

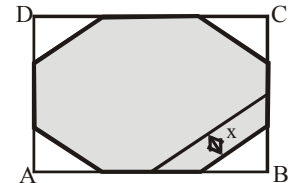
$$M_d = \frac{M}{4} g 2a + 2 \left(\frac{M}{4} g a \right) = Mga,$$

kde g je gravitačné zrýchlenie. Juro sa plesol po čele. Ved' to mohol vedieť hneď, že moment otáčania hocijakého telesa okolo ľubovoľnej osi je vzdialenosť jeho ťažiska od osi otáčania aj keď je os vo vnútri telesa. No a dosadením do pôvodnej rovnice o rovnosti momentov síl na oboch stranách Jurko dostal

$$mgx = Mga, \text{ a teda } x = \frac{M}{m} a,$$

pričom pre výpočet a použil rovnosť obsahu trojuholníka A_1BB_1

$$\frac{pq}{2} = a \frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{2}, \text{ a teda } a = \frac{pq}{\sqrt{p^2 + q^2}}.$$



Toto potvrdzovalo jeho prvotnú úvahu, že ak je ľahší alebo rovnako hmotný ako doska, tak sa môže položiť hocikam v rámci dosky (lebo pomer hmotností $M/m \geq 1$ a $x \leq a$ aby ležalo v rámci dosky). Vzhľadom na symetriu úlohy Juro dospel k výsledku zahrnujúc všetky štyri osi pomerne rýchlo. Oblasť do ktorej sa môže uložiť si zaznačil na obrázok.

Juro, znavený týmto heroickým výkonom, rýchlo vyhupol na dosku a zaspal. Snívalo sa mu o bojoch s legendárnym kmeňom Efemeři obývajúcim neprebádané oblasti Mills Valley.

B – 1.2 Ja som z toho puk... (opravovala Saša)

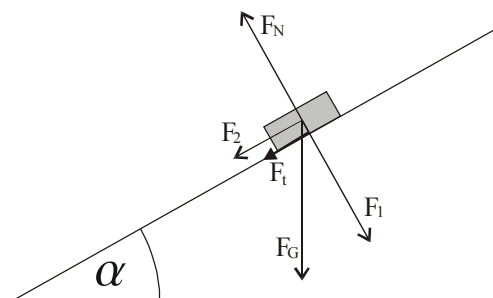
Puk vystrelíme po naklonenej rovine so sklonom α nejakou rýchlosťou. Po chvíli sa vráti späť do pôvodnej polohy, pričom čas výstupu bol k krát menší ako čas zostupu. Aký je koeficient trenia medzi pukom a naklonenou rovinou?

Ahojte! Poďme rovno na vzoráčik, čo vy na to?

Majme naklonenú rovinu, po ktorej („z úpätia“) vystrelíme puk nejakou začiatočnou rýchlosťou, označme si ju v . Po čase t_1 puk vo vzdialenosti s zastane a začne sa pomaly kĺzať smerom dole po naklonenej rovine, až po čase t_2 zide naspäť do pôvodnej polohy a teda prejde opäť dráhu s . Je dôležité si uvedomiť, čo spôsobí to, že puk po vystrelení zastane a potom sa opätovne začne kĺzať dole. Áno, áno, správne. Sú to sily, ktoré pôsobia v smere a proti smeru pohybu nášho telesa – puku. Takže ostáva nám, pre mnohých to najzložitejšie, správne určiť sily, ktoré pôsobia na naše teleso.

1) Pohyb puku po naklonenej rovine smerom hore

Na teleso pôsobia nasledovné sily. Tiažová sila F_G , ktorej zložka $F_2 = F_G \cdot \sin \alpha$ pôsobí proti smeru pohybu puku a zložka $F_1 = F_G \cdot \cos \alpha$, tzv. prítlačná sila, ktorou pôsobí teleso na podložku. Táto sila podľa zákona akcie a reakcie vyvolá rovnako veľkú silu F_N , ktorou pôsobí podložka na teleso v smere kolmom na podložku. Nás však zaujímajú sily



v smere a proti smeru pohybu telesa. Okrem už spomínanej sily F_2 ako zložky tiažovej sily, na teleso pôsobí ešte aj trecia sila, ktorá pôsobí taktiež proti smeru pohybu telesa a ktorej veľkosť závisí od nášho hľadaného koeficientu trenia f a od prítlačnej sily F_1 . Pre túto treciu silu máme teda $F_t = fF_1 = fF_G \cdot \cos \alpha$. Ak to teda dáme dokopy, tak na naše teleso pôsobí proti smeru jeho pohybu celková sila $F_t + F_2 = F_G (f \cos \alpha + \sin \alpha)$. Táto výsledná sila vyvoláva spomalenie telesa a_1 , teda platí (pohybová rovnica pre náš puk)

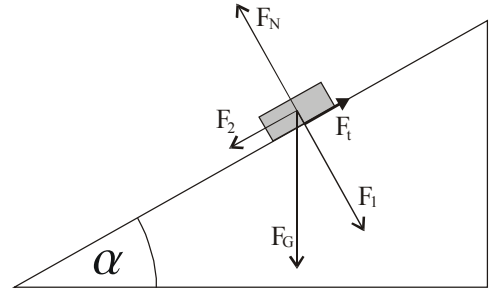
$$ma_1 = mg (f \cos \alpha + \sin \alpha),$$

z čoho ľahko určíme spomalenie

$$a_1 = g (f \cos \alpha + \sin \alpha).$$

2) Pohyb puku po naklonenej rovine smerom dole

Analogicky odvodíme aj pre tento pohyb výslednú silu, ktorá pôsobí na puk klížuci sa smerom dole po naklonenej rovine. Zložky tiažovej sily sú opäť také isté, rozdiel je v tom, že sila F_2 tentoraz pôsobí v smere pohybu telesa a tretia sila F_t proti smeru pohybu telesa. Tu je dobré uvedomiť si, že na to, aby sa teleso vôbec pohybovalo dole, musí byť $F_2 > F_t$. Ale my podľa zadania vieme, že puk skĺzol dole, takže zrejme je táto podmienka splnená. Vyjadríme si teraz celkovú silu pôsobiacu na puk v smere jeho pohybu, z čoho následne odvodíme a_2 – zrýchlenie, ktoré má puk pri pohybe dole naklonenou rovinou.



Celková sila je teda $F_2 - F_t = F_G (\sin \alpha - f \cos \alpha)$, ktorá udeľuje telesu zrýchlenie a teda platí pohybová rovnica

$$ma_2 = mg (\sin \alpha - f \cos \alpha),$$

z čoho zrýchlenie

$$a_2 = g (\sin \alpha - f \cos \alpha).$$

Teraz si stačí uvedomiť, že pohyby, ktoré puk konal sú rovnomerne spomalený a rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb, keďže spomalenie (zrýchlenie) je po celej dráhe konštantné (predpokladáme, že koeficient trenia je na celej naklonenej rovine rovnaký). Ďalej vieme, že puk prešiel rovnakú dráhu aj spomaleným aj zrýchleným pohybom. Tak nie je nič ľahšie na svete, ako dať tieto dve dráhy do rovnosti. Na vyjadrenie dráhy nám pomôžu vzorčky pre spomalený a zrýchlený pohyb.

- rovnomerne spomalený pohyb so začiatočnou rýchlosťou v a konečnou rýchlosťou 0

Platí

$$s = vt_1 - \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \quad \text{a} \quad v - a_1 t_1 = 0,$$

z čoho máme $s = \frac{1}{2} a_1 t_1^2$.

- rovnomerne zrýchlený pohyb s nulovou začiatočnou rýchlosťou

$$s = \frac{1}{2} a_2 t_2^2.$$

Využijúc poslednú informáciu zo zadania a to „čas výstupu bol k -krát menší ako čas zostupu“, čo po správnom preložení do matematického zápisu vraví $t_2 = kt_1$, môžeme obe vyjadrenia tej istej dráhy položiť do rovnosti, dosadiť vypočítané spomalenie a zrýchlenie a začať upravovať. Dostaneme tak

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} a_1 t_1^2 &= \frac{1}{2} a_2 t_2^2, \\ g (f \cos \alpha + \sin \alpha) t_1^2 &= g (\sin \alpha - f \cos \alpha) k^2 t_1^2, \\ f \cos \alpha (k^2 + 1) &= \sin \alpha (k^2 - 1). \end{aligned}$$

Z toho máme pre hľadaný koeficient trenia f výsledný vzťah

$$f = \operatorname{tg} \alpha \frac{k^2 - 1}{k^2 + 1}.$$

Okrem tohto najčastejšieho postupu sa vo vašich riešeniach objavilo aj zopár pekných riešení, pri ktorom sa využil zákon zachovania energie, čo tiež viedlo k správnejmu výsledku. Častou chybou v riešeniach bolo zlé rozkladanie síl, či určenie výslednej sily. Okrem toho sa zopár „šťastlivcov“ nedopracovalo k úplne správnejmu riešeniu kvôli zlému matematickému zápisu vetičky „čas výstupu bol k -krát menší ako čas zostupu“ a tieto časy dali do opačného pomeru. Ak si práve búchaš hlavu o múr, ako si mohol spraviť takúto nešťastnú chybu práve ty, poteším ťa, nebol si sám:)

Čo teraz? No vychutnávajme posledné mrznúce dni a poďme sa šmýkať po naklonených rovinách. Len pozor, aby ste niekomu neposlúžili ako puk...

B – 1.3 Papagáj (opravovala Myška)

Vo vzduchotesne uzavretej krabici sedí papagáj. Krabica je položená na ideálnych váhach. V jednom okamihu papagáj vzlietne, aby sa uistil, že horná časť krabice je rovnako nudná ako dolná. Ako sa zmení hodnota na váhach, ak sa papagáj „vznáša“ vo vzduchu na mieste? Svoju odpoveď zdôvodnite.

Rozjímaním nad týmto príkladom ste sa, milí naši riešitelia, rozdelili na dva nepriateľské tábory. Jeden z nich tvrdil, že váhy budú ukazovať rovnakú hodnotu. Ten druhý si bol istý, že krabica s poletujúcim papagájom bude ľahšia ako krabica s papagájom sediacim. My v tejto chvíli dávame slávnostne za pravdu prvej skupinke a pokúsime sa teóriu nezmenenej hmotnosti nejako vierohodne zdôvodniť.

Prvé zdôvodnenie, ktoré predkladáme, vychádza priamo z 2. Newtonovho pohybového zákona. Pozeráme sa vlastne na sústavu niekoľkých predmetov – papagája, krabice a vzduchu. Na každý z predmetov pôsobí gravitačná sila. Ťažisko sústavy sa nachádza v pokoji. Preto tu musí existovať rovnako veľká opačná sila. Bodka. Ak sa vám zdá takto uvažovať divné, uvedomte si, že každý predmet s ktorým bežne rátame ako s kusom solídneho „fluida“ sa v skutočnosti skladá z množstva kmitajúcich, pohybujúcich a interagujúcich molekúl. Čo tak predstaviť si papagája ako „ozaj veľkú molekulu“ ktorá mávaním krídel interaguje s okolím?

V prípade papagája má však zmysel uvažovať aj inak – pozrieť sa priamo na to, čo sa vnútri deje. Papagáj sedel v krabici a váhy ukazovali jeho hmotnosť, hmotnosť krabice a hmotnosť vzduchu v nej. To bolo jasné všetkým z vás. Potom sa však papagáj vydal na prieskum a vznešene sa vznášal vo vzduchu. V tej chvíli sa začali diať naozaj čudné veci...

Na papagája stále pôsobila gravitačná sila F_g . Či sedel, alebo si lietal. Keďže stav „vznášania sa“ je definovaný ako stav rovnovážny, gravitačná sila musela byť nejako vykompenzovaná. Z uvedeného vyplýva, že na pestrofarebného okrídlenca pôsobila v týchto momentoch aj iná sila – označme si ju F_o . F_o je sila veľkosti F_g smerujúca proti gravitačnej sile (teda nahor).

Odkiaľ sa však takáto sila mohla vziať? Keďže papagáj bol v krabici sám, asi si ju aj sám musel vyrobiť. A vyrobil si ju tým, že mával krídlami. Pri mávaní je jeho jedinou snahou tlačiť vzduch smerom dole (pod seba). Vzduch tlačí smerom na podložku a reakciou na túto silu vzniká záhadná sila F_o , ktorá pôsobí proti tiaži lietajúceho tvora.

Čo teda budú ukazovať váhy? Papagáj tlačil pod seba vzduch a ten narážal na dno krabice. Tento vzduch bude na dno krabice tlačiť presne silou F_o . Prečo? Mávaním krídel dostávajú molekuly vzduchu nejaký moment hybnosti v smere nadol. Tento moment hybnosti sa „prenáša“ cez zrážky molekúl. Môže sa napríklad rozdeliť na niekoľko menších momentov. Nakoniec ale všetky budú absorbované krabicou. Preto sila „vetra“ na krabicu je presne F_o . A keďže veľkosť F_o sa rovná veľkosti F_g , váhy budú opäť ukazovať hmotnosť vzduchu, krabice a papagája.

Ak ale chceme byť dôslední, tak musíme podotknúť, že váhy nebudú počas papagájovej výpravy celkom ustálené. V dôsledku toho, že papagáj máva krídlami, budú ukazovať z času na čas hodnoty väčšie i menšie ako tá naša očakávaná. (ťažisko sústavy sa trošku pohne) Hoci plný počet bodov dostali aj tí, ktorí sa tomuto problému nevenovali, je chvályhodné, že niektorí ste sa o ňom vo svojich riešeniach zmienili.

Mnohých z vás ešte trápil osud papagája v uzatvorenej krabici. Je zrejmé, že ak si vydýcha všetok vzduch, nemusí skončiť úplne slávne. To je – samozrejme – pravda. Všetkým by som preto chcela odkázať, že pri riešení úloh FKS treba v budúcnosti aj v myšlienkových

pokusoch dávať pozor na bezpečnosť a zdravie experimentálnych zvierat a nenechať ich (ani teoreticky :-) zomrieť...

B – 1.4 Niečo vo vzduchu (opravovala Rebro)

Vo vzduchu sa vznáša bublina naplnená héliom. Zistite, či je ťažšia jej mydlová stena, alebo hélium vnútri uzavreté!

Zdravím všetky bublinky a bublinkov. Tak ako to vlastne je? Čo je ťažšie, kilo železa alebo kilo peria? Príklad sa dal riešiť zložito, zložitejšie a ešte zložitejšie.

Podme na ten ľahký spôsob. V prvom rade si bolo treba uvedomiť, aké všetky informácie nám ponúka krátke, ale obsahom bohaté, zadanie. Narážam na to, že bublina sa nám vznáša vo vzduchu, čo znamená, že sily na ňu pôsobiace sú v rovnováhe. Nuž a aké to sily nám pôsobia na bublinku? Ako všetko okolo nás aj bublinu priťahuje k sebe Zem, t.j. pôsobí na ňu príťažlivá tiažová sila. Každý z nás asi počul aj o Archimedovi a ten tu má tiež prsty. Pretože však vzduch má oveľa menšiu hustotu ako voda a my, jeho účinky na seba nepozorujeme. V prípade bublinky už jeho vplyv však zanedbateľný nie je. Urobíme tu jedno priblíženie (zanedbanie). Keď si predstavíte bublinu, všetci mi dáte za pravdu, že hrúbka jej steny je zanedbateľná oproti polomeru. Pre to ju zanedbáme a tvárime sa, že celý objem bubliny je vyplnený héliom. Ešte nejaké tie rovníčky, tiažová sila sa nám rovná vztlakovej a teda

$$(m_{bs} + m_{He})g = V_b \rho_{vz} g, \quad (1)$$

kde m_{bs} je hmotnosť bublinovej steny, m_{He} hmotnosť héliu, V_b objem bubliny, ρ_{vz} je hustota vzduchu. Vyjadríme si teraz m_{bs} , pričom dosadíme, že

$$m_{He} = V_b \rho_{He} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{He} \text{ a dostaneme: } m_{bs} = V_b (\rho_{vz} - \rho_{He}).$$

Dajme teraz do pomeru hmotnosť steny bubliny a héliu. Pokrátime objem bubliny a máme

$$\frac{m_{bs}}{m_{He}} = \frac{\rho_{vz} - \rho_{He}}{\rho_{He}} = \frac{\rho_{vz}}{\rho_{He}} - 1. \quad (2)$$

Z tabuliek si viem zistiť hustotu vzduchu i héliu. Ak by bol výraz na pravej strane rovnice menší ako 1, t.j. zlomok by bol menší ako 2, bolo by ťažšie hélium. My však vieme, že hustota vzduchu je asi 7,2 krát väčšia ako hustota héliu, a teda hmotnosť steny bubliny je asi 6,2 krát väčšia ako héliu. Niekoľko z vás neuvažovalo pomer, ale hľadali aký vzťah je medzi hmotnosťami. Bolo nutné tiež urobiť podobnú úvahu, čo je väčšie, čo je kladné....

Podme na ten zložitejší spôsob. Ten spočíva v tom, že zanedbáme objem steny bubliny, resp. tvárime sa, že bublina má nejakú hrúbku h a polomer gule, v ktorej je hélium je r , t.j. celá bublina má polomer $r+h$. Budeme vychádzať zo vzťahu (1), ale $V_b = 4\pi(r+h)^3/3$, ďalej sa zmení $m_{He} = 4\pi r^3 \rho_{He}/3$. Vyjadríme si teraz pomer hmotností ako v (2)

$$\frac{m_{bs}}{m_{He}} = \frac{\frac{4}{3} \pi (\rho_{vz} (r+h)^3 - \rho_{He} r^3)}{\frac{4}{3} \pi \rho_{He} r^3} = \frac{\rho_{vz}}{\rho_{He}} \cdot \frac{(r+h)^3}{r^3} - 1. \quad (3)$$

Podobne môžeme aj analyzovať výraz na pravej strane. Vieme, že h je veľmi malé, takže druhý zlomok bude skoro 1, ale čitateľ bude vždy o troošku väčší, takže druhý zlomok bude aspoň 1, ak nie viac. Čo platí pre prvý zlomok, t.j. pomer hustôt sme si už povedali. Preto môžeme zasa prehlásiť, že súčin zlomkov je väčší ako 2, hmotnosť steny bubliny je väčšia.

A čo sa týka najzložitejšieho spôsobu... Viacerí z vás sa zamýšľali nad tým, že v takej bubline je trošku iný tlak, t.j. hélium bude mať inú hustotu... Keď však budeme uvažovať takú normálnu bublinu, tento efekt bude zanedbateľný, pretože čím väčšia bublina, tým je tlak menší. Nedá mi nespomenúť Jakuba Imrišku, ktorý spočítal, že bublina, v ktorej by hélium bolo ťažšie ako jej stena, by mala polomer 600 nm, čo on za bublinu nepovažuje a úprimne

povedané ani ja. A prečo, alebo odkiaľ to vie? Pozrime sa na vzťah (2), ak by pomer hustôt bol menší ako 2, t.j. $\rho_{vz} = 2\rho_{He}$ a menej, bola by $m_{He} > m_{bs}$. Zo stavovej rovnice si vieme odvodiť hustotu plynu v závislosti od jeho tlaku (aj teploty...). Pretlak bude spôsobený kapilárnym tlakom. Vzorec preň sa dá nájsť – a vyjde nám polomer. Ale to vám dávam za d.ú. Skúste si to, návod máte.

A úplne na záver ešte jeden spôsob. Veľa z vás si odhadlo aj hustotu mydlovej steny, tvárili ste sa, že je to voda (čo zhruba aj sedí) no a potom ste buď odhadli aj hrúbku steny a priamo hmotnosti počítali, alebo natvrdo dosadili do vzťahu pre všetky tri hustoty. Mne sa viac páči riešenie vyššie spomínané, je to však vec vkusu. Teším sa na ďalšiu sériu.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii letného semestra 19. ročníka

Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	Σ
1. Bzdušek	Tomáš	kv. A	G Piešťany	5.0	5.0	5.0	5.0	20.00
Imriška	Jakub	2 A	G BA J. Hronca	5.0	5.0	5.0	5.0	20.00
3. Škrovinová	Katarína	sx.	G Nitra Párovská	5.0	4.0	5.0	5.0	19.00
4. Berta	Peter	1 A	G Veľké Kapušany	5.0	5.0	3.0	5.0	18.54
Fecko	Stanislav	kv. A	G Pankúchova	4.0	4.0	5.0	5.0	18.54
6. Fačkovec	Boris	kv. A	G Piešťany	3.0	4.5	5.0	5.0	18.16
7. Kaniansky	Miroslav	sx. A	G Piaristické Nitra	5.0	3.0	5.0	5.0	18.00
Piterka	Tomáš	sx. A	G Piaristické Nitra	5.0	3.0	5.0	5.0	18.00
9. Bogár	Ondrej	1 E	G LŠ Trenčín	3.0	4.0	5.0	5.0	17.77
10. Takács	Michal	2 F	G BB Tajovského	5.0	5.0	2.5	5.0	17.50
11. Komorovský	Marek	sx.	G Dubnica nad Váhom	5.0	4.0	5.0	3.0	17.00
12. Zámečník	Peter	2 D	G MRŠ NMV	3.0	5.0	5.0	3.5	16.50
13. Pôbišová	Zuzana	2 F	G BB Tajovského	4.0	4.5	2.5	5.0	16.00
14. Štolcová	Jana	sx.	G Nitra Párovská	5.0	5.0	4.5	5.0	-5 14.50
15. Perešíni	Peter	2 F	G BB Tajovského	4.0	5.0	5.0	5.0	-5 14.00
16. Hrdá	Marcela	sx.	G Turčianske Teplice	4.0	5.0	5.0	5.0	-6 13.00
17. Foltín	Miroslav	2 C	G Jána Hollého	3.0	4.0	0.5	5.0	12.50
18. Molčány	Dušan	2 B	SPŠS BA Feinorovo nábr.	3.0	3.5	4.5	5.0	-5 11.00
19. Kravec	Martin	2 A	G PH Michalovce	4.0	5.0	0.5	1.0	10.50
20. Gál	Dárius	2		4.0	2.0	1.0	2.5	9.50
Harmincová	Zuzana			4.0	2.5	1.0	2.0	9.50
22. Beran	Jakub			4.0	2.0	1.0	2.0	9.00
23. Vrbjárová	Michaela	1 A	G BST Lučenec	2.0	–	4.0	1.0	8.37
24. Hergelová	Beáta	2 B	G BST Lučenec	3.0	5.0	3.0	4.0	-7 8.00
25. Přikrylová	Veronika	kv. A	OG ZA Varšavská cesta	2.0	0.5	1.0	3.0	7.82
26. Melicher	Radoslav	2 A	G BST Lučenec	3.0	2.0	0.5	2.0	7.50
27. Dojčák	Lukáš	2 C	G PH Michalovce	–	3.5	3.5	–	7.00
Uchytlová	Vendula	2 A	G J.K. Tyla	1.0	3.0	0.5	2.5	7.00
29. Ďurčík	Miroslav	2 C	G BST Lučenec	1.0	2.0	0.5	3.0	6.50
Mikuláš	Ján	sx.	G BST Lučenec	2.0	3.5	4.5	1.5	-5 6.50
Regec	Mário	2 A	G PH Michalovce	3.0	4.0	2.5	2.0	-5 6.50
Šomodiová	Kristína	2 A	G Piešťany	2.0	1.0	3.0	0.5	6.50
Švihorík	Róbert	kv.	G Nitra Párovská	4.0	3.0	3.0	–	-5 6.50
34. Híreš	Michal	3 F	G VPT Martin	2.0	0.5	2.5	1.0	6.00
35. Pašuth	Ondrej	2 A	G PH Michalovce	1.0	5.0	4.5	1.0	-6 5.50
36. Nagy	Jakub	9 C	ZŠ Požiarnicka 3	1.0	0.5	0.5	2.0	4.96
37. Malčická	Martina	sx.	G Banská Štiavnica	1.0	1.0	0.5	1.5	4.00

