

# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

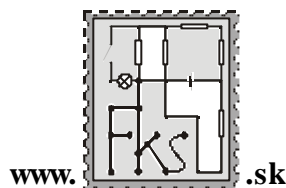
## vzorové riešenia 3. série

A – kategória (starší)

20. ročník

letný semester

školský rok 2004/2005



FKS, KZDF FMFI UK

Mlynská dolina

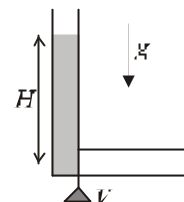
842 48 Bratislava

riesenia@fks.sk

info@fks.sk

### A-3.1 Trubka (opravoval Martin)

Zvislá trubica je naplnená vodou do výšky  $H$ , v spodnej časti je uzavretá ventilom  $V$  a ústi do dlhej vodorovnej trubice (táto je na začiatku prázdna). V čase  $t = 0$  ventil otvoríme. Ako závisí rýchlosť klesajúcej hladiny od výšky vody ostávajúcej v zvislej trubici  $h$ ? Ako sa mení zrýchlenie klesajúcej hladiny s časom  $t$ ? Pri riešení môžete pokladať polomery trubíc za malé v porovnaní so začiatkovou výškou vody  $H$ .



Caute !

V tomto príklade bolo úlohou zistiť rýchlosť klesajúcej vody ako funkciu výšky hladiny vody  $h$  a taktiež zrýchlenie hladiny vody ako funkciu času. Tak sa priamo vrhnime na 1. časť tohto príkladu:

Tu mnohí z vás povedali, že rýchlosť bude taká ako nám hovorí Toricelliho vzťah, t.j.  $v = \sqrt{2hg}$ . Tento vzťah nemôžeme použiť z dvoch dôvodov: jednak voda po opustení trubice nemôže voľne vytekať, hlavným argumentom ale je, že pri výtoky sa hýbe celá masa vody. Toricelliho vzťah platí iba vtedy, keď rýchlosť nevytekajúcej vody môžeme zanedbať. Takže použijeme zákon zachovania energie. Predpokladajme, že voda poklesla z pôvodnej výšky  $H$  na výšku  $h$ . Rozdiel potenciálnych energií potom je:

$$\Delta E_p = \frac{H}{2} HSrg - \frac{h}{2} hSrg = (H^2 - h^2) \frac{1}{2} Srg,$$

Uvedomte si, že  $H/2$  a  $h/2$ , sú výšky ťažiska vody v zvislom stĺpci. Táto zmena potenciálnej energie sa musí prejaviť ako kinetická energia vody (ktorá bola na začiatku nulová):

$$\Delta E_p = \Delta E_k = \frac{1}{2} HSrv^2,$$

odkiaľ rýchlosť ako funkcia výšky  $h$  je:

$$v = \sqrt{\frac{(H^2 - h^2)g}{H}}.$$

Ak chceme zistiť zrýchlenie ako funkciu času, stačí si vyjadriť silu, ktorá bude pôsobiť na vodu vo zvislom stĺpci:

$$F = pS = Srg \cdot h,$$

co, ako vidíme, je sila, ktorá lineárne závisí od výchylky (t.j. sila tvaru  $F = k|x|$ ), pričom urýchľovať musí stále všetku vodu v trubici. Preto hneď vieme povedať, že ide o harmonický oscilátor s uhlovou frekvenciou

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{Srg}{SHr}} = \sqrt{\frac{g}{H}}.$$

Takže vieme, že výsledná výchylka bude tvaru  $A \sin(\omega t + f)$ , kde  $f$  je fázová konštanta ktorá musí byť  $\pi/2$  pretože vieme, že voda bude mať na začiatku zrýchlenie maximálne a bude postupne klesať. Amplitúdu  $A$  môžeme určiť tak, že si uvedomíme aké zrýchlenie bude pôsobiť tesne po otvorení ventilu: Bude to „iba“  $g$ . Takže výsledné zrýchlenie ako funkcia času bude

$$a = g \sin(\omega t + \mathbf{p} / 2) = g \cos\left(\sqrt{\frac{g}{H}} t\right),$$

smerom dolu (t.j. v smere gravitacného zrýchlenia). Samozrejme, že táto hladina nebude skutočne kmitat, ale spraví len 1/2 kyvu a ďalej už bude pokračovať spokojne vodorovnou trúbkou rýchlosťou  $v$ , bez ďalšieho urýchľovania.

### A-3.2 Doska levitation (opravovala Zuzka)

Majme sklenenú dosku s hmotnosťou  $m$ , na ktorú začneme kolmo svietiť laserom. Koeficient odrazu pri dopade svetla na rozhranie vákuum-sklo, sklo-vákuum je v oboch prípadoch rovný  $a$ . Aký je výkon lasera  $P$ , aby sa doska v Zemskom gravitacnom poli nehýbala? Doska je vodorovná a svietime rovno do jej ťažiska.

Pozrime sa bližšie na to, čo sa deje, keď fotóny vyžiarené laserom prechádzajú cez inkriminovanú sklenenú dosku. Nech za čas  $\Delta t$  vyšle laser  $N$  fotónov. Nejaká časť fotónov prejde cez dosku bez zmeny svojho pohybového stavu, ale istá časť, označme ju  $A$ , sa odrazí späť. Zmena hybnosti odrazenej časti fotónov je čas  $\Delta p = 2pA/N$ , kde  $p$  je hybnosť  $N$  fotónov. (Keďže fotóny sa odrazia späť, ich hybnosť sa zmení z  $p$  na  $-p$ , preto zmena hybnosti je  $2p$ )

Ako vieme z 2. Newtonovho zákona, zmena hybnosti fotónov za čas je vlastne sila, ktorou pôsobí lúč lasera na dosku proti gravitacnej sile (teda laser svieti na dosku zdola). Aby doska nehybne levitovala vo vzduchu, tieto sily sa musia rovnať:

$$F_g = mg = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2pA}{\Delta t N}. \quad (1)$$

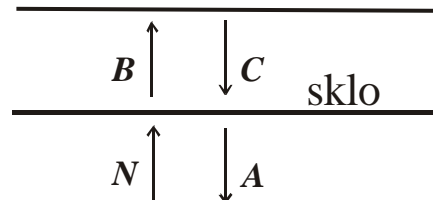
Ako vyjadríme hybnosť svetla? Keďže svetlo sa pohybuje rýchlosťou svetla (aké prekvapivé!), pri opise jeho pohybu musíme brať do úvahy aj relativistické javy. Vzťahy z klasickej mechaniky (mechaniky telies pohybujúcich sa dostatočne pomaly) nám teraz príliš nepomôžu. Asi každý z vás už videl magický vzorec  $E = mc^2$ . To znamená, že aj keď si ťažko predstavujeme, že svetlo má nejakú hmotnosť, v skutočnosti je jeho hmotnosť daná vzťahom  $m = E/c^2$  a hybnosť svetla  $p = mc = E/c$

V našom prípade je energia svetla vyžiarená laserom daná vzťahom  $E = Pt$ , kde  $P$  je výkon lasera. Hybnosť svetla vyžiareného laserom za čas  $\Delta t$  je teda  $p = P\Delta t/c$ . Po dosadení do (1) dostávame:

$$mg = \frac{2P\Delta t}{c\Delta t} \frac{A}{N}, \quad P = \frac{mgcN}{2A}. \quad (2)$$

Ostáva nám dopocítat, aká časť svetla sa pri prechode sklenenou doskou odrazí späť. Pri prechode prvým rozhraním sa od dosky smerom dole odrazí  $aN$  fotónov a do sklenenej dosky sa dostane  $(1-a)N$  fotónov, z dosky ich smerom nahor vyletí  $(1-a)^2N$ , naspäť do dosky sa odrazí  $(1-a)aN$  a takto môžeme pokračovať donekonečna. Celkový počet fotónov, ktoré sa odrazia od dosky späť môžeme zistiť cez súčet nekonečného geometrického radu, alebo použitím metódy „chladnokrvného pozorovateľa“:

K doske sa zákerne blíži  $N$  fotónov, odhodlaných prekonať túto sklenenú prekážku. Niektoré nezvládnu už prvý odrazový koeficient a smutné sa obracajú na ústup. Nejaká časť však bojuje urputne ďalej a niektoré fotóny, kým vyletia z dosky jedným alebo druhým smerom,



splašene pobežujú medzi oboma rozhraniami. My si však nevšímame ich pobežovanie a len chladnokrvne spočítame všetky fotóny, ktoré sa kedy pohybovali v doske smerom nahor a ich počet označíme  $B$  (v tomto čísle sa 1 fotón môže započítavať viackrát, ak sa viackrát pohyboval smerom hore). Podobne počet fotónov, ktoré sa kedy pohybovali v doske smerom dole, označíme  $C$  a všetky fotóny, ktoré nezvládli prekážku a vyleteli alebo sa odrazili od dosky smerom dole, označíme  $A$ . Nakoniec si vytvoríme popisujúce rovnice:

$$B = (1 - a)N + aC,$$

$$C = aB,$$

$$A = (1 - a)C + aN.$$

Z nich lahko vyjadríme

$$A = \frac{2a}{(1+a)} N.$$

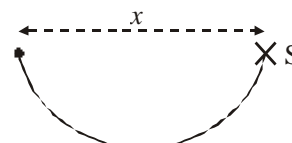
Dosadením do vzťahu (2) dostávame

$$P = \frac{mgc(1+a)}{4a}.$$

To je vše, prateľé!:)

### A-3.3 Jednoduchá perióda (opravoval Peto)

Na nehmotnom, dokonale pružnom, ale nekonečne tuhom vlákne s dĺžkou  $l$ , visí hmotný bod, zatiaľ čo druhý koniec vlákna je upevnený v bode S. Hmotný bod zdvihneme do tej istej výšky, v akej sa nachádza bod S a necháme ho voľne padat z vodorovnej vzdialenosti  $x$  od S. Nájdite také  $x$  rôzne od  $l$ , pre ktoré bude náš hmotný bod konať čo najjednoduchší periodický pohyb a vypočítajte jeho periódu.



Ahojte.

Najnovšie výskumy ukazujú, že ani tá najjednoduchšia perióda nie je až taká jednoduchá. Podme sa teda pozrieť, ako by mohlo vyzerat riešenie tohto príkladu.

Nehmotný, dokonale pružný, ale nekonečne tuhý špagát znamená, že jedna z jeho vlastností, ktorú treba uvažovať, je schopnosť udržať hmotný bod vo vzdialenosti menšej alebo rovnajúcej sa  $l$  od bodu závesu S. Ak sa však špagát napne, vďaka jeho pružnosti sa žiadna energia ne Stratí, hmotný bod sa akoby pružne odrazí a až do ďalšieho napnutia si špagát vôbec nevšúma. Pohyb hmotného bodu na závесе si teda môžeme predstaviť ako pohyb voľného hmotného bodu nad jamou polgulovitého tvaru, pričom odraz od povrchu je dokonale pružný. Väčšina z vás prišla na to, aký najjednoduchší pohyb sa v takejto sústave môže odohrávať – stačí hmotný bod spustiť z bodu S a on sa už bude do nekonečna odrážať pričom padat bude stále s konštantným zrýchlením veľkosti  $g$  približne  $9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Toto riešenie je dosť triviálne a je mi ľúto, že v zadaní som zabudol tento prípad vylúčiť (podobnou podmienkou ako pre  $x$  rôzne od  $l$ ). Ak ste sa však venovali iba tomuto druhu pohybu, nedostali ste plný počet bodov. Bolo treba ešte spomenúť, aké iné periodické pohyby môže hmotný bod konať, a teda či ide naozaj o najjednoduchší pohyb spomedzi nich. Pokiaľ nás zaujíma perióda pohybu bodu padajúceho z S, je to pomerne jednoduchý výpočet s rovnomerne zrýchleným a spomaleným pohybom, z čoho použitím známych vzorcov alebo ich samostatného odvodenia dostaneme výsledok

$$T = 2\sqrt{\frac{2l}{g}}.$$

Teraz sa pozrime, ako by mohli vyzerat iné periodické pohyby. Ak spustíme náš hmotný bod z miesta vzdialeného o  $x$  od S, prvé čo urobí, bude voľný pád, pokiaľ sa špagát nenapne.

Pomocou Pytagorovej vety zistíme, že takto spadne o  $\sqrt{l^2 - x^2}$ , čo mu potrvá čas

$$t_1 = \sqrt{2\sqrt{l^2 - x^2} / g}.$$

Označme uhol zovretý špagátom a zvislicou v okamihu jeho napnutia ako  $a$ . Zrejme  $\sin a = x/l$ . Rozložme rýchlosť hmotného bodu na dve zložky – kolmú a rovnobežnú so špagátom. Sila, ktorou v okamihu odrazu pôsobí špagát na hmotný bod, musí byť so špagátom rovnobežná, takže kolmá zložka rýchlosti sa nezmení, zatiaľ čo vďaka dokonalej pružnosti špagátu bude rovnobežná zložka rýchlosti po odraze opačná ako pred odrazom. Počas odrazu sa nezmení veľkosť rýchlosti

$$v = \sqrt{2g\sqrt{l^2 - x^2}},$$

(vypočítali sme ju zo zákona zachovania energie – hmotný bod klesol o  $\sqrt{l^2 - x^2}$ ), ale iba jej smer. Po napnutí špagátu anáslednom odraze hmotného bodu sa tento bod začne pohybovať ako pri šikmom vrhu, pričom s vodorovným smerom zvierajú jeho rýchlosť uhol  $\mathbf{b} = 90^\circ - 2\mathbf{a}$ . V danom okamihu majú jeho vodorovná a zvislá zložka rýchlosti  $v_x, v_y$  veľkosti  $v_x = v \cos \mathbf{b}$ ,  $v_y = v \sin \mathbf{b}$ . Zo školy vieme, že trajektóriou bodu pri šikmom vrhu je parabola, ktorá je súmerná okolo osi prechádzajúcej jej maximum. Môžeme teda navrhnúť nasledujúci pohyb. Ak zvolíme také  $x$ , pre ktoré bude maximum tejto paraboly práve pod bodom S, potom po prejdení týmto maximum sa bude hmotný bod pohybovať presne zrkadlovo voči predchádzajúcemu pohybu pred prechodom týmto najvyšším bodom – opäť napne špagát, odrazí sa rovno hore, vystúpi na úroveň S do vzdialenosti  $x$  od neho (z opacnej strany ako na začiatku) a podobne sa vráti do pôvodnej polohy. Ak označíme čas medzi prvým napnutím špagátu a prechodom hmotného bodu maximum parabolickej trajektórie ako  $t_2$ , celá perióda tohto pohybu bude rovná  $T = 4(t_1 + t_2)$ . Keby sme poznali uhol  $\beta$ , mohli by sme tento čas vyjadriť ako

$$xt_2 = \frac{v \sin \mathbf{b}}{g},$$

čo je čas, za ktorý sa hmotný bod zastaví vo zvislom smere (dosiahne maximum paraboly). Lenže uhol  $\beta$  ani vzdialenosť  $x$  nepoznáme. Podme teda vypočítať jednu z týchto vecí, napríklad  $x$ , ktoré musí byť práve také aby došlo k nášmu vytúženému periodickému pohybu. Za čas  $t_2$  sa musí hmotný bod dostať práve pod S, takže

$$t_2 v \cos \mathbf{b} = x = \frac{v^2}{g} \sin \mathbf{b} \cos \mathbf{b} = 2\sqrt{l^2 - x^2} \sin \mathbf{b} \cos \mathbf{b}.$$

Použitím goniometrických vzorcov pre súčty a dvojnásobky uhlov po úprave dostaneme po dosadení za  $\beta = 90^\circ - 2\mathbf{a}$  (vieme zistiť  $\sin \mathbf{a}, \cos \mathbf{a}$ ) vzťahy

$$\sin \mathbf{b} = 1 - \frac{2x^2}{l^2}, \quad \cos \mathbf{b} = \frac{2x}{l} \sqrt{1 - \frac{x^2}{l^2}}.$$

Dosadením a úpravou pôvodnej rovnice získame kvadratickú rovnicu pre  $x^2$ :  $8x^4 - 12x^2 l^2 + 3l^4$ . Táto má dve kladné riešenia, ale jedného z nich sa zbavíme uvedením si, že  $x$  je menšie ako  $l$ . Pre  $x$  teda platí

$$x^2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{4} l^2 \Rightarrow \sin \mathbf{b} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}, \quad t_2 = \frac{v \sin \beta}{g} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2\sqrt{l^2 - x^2}}{g}} \frac{\sqrt{3} - 1}{2} = \sqrt{\frac{l}{g} \sqrt{1 + \sqrt{3}}} \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

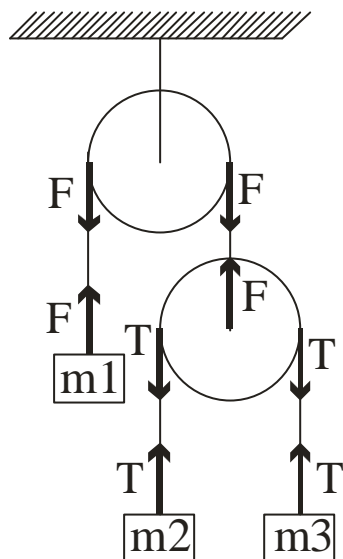
$$t_1 = \sqrt{\frac{2\sqrt{l^2 - x^2}}{g}} = \sqrt{\frac{l}{g} \sqrt{1 + \sqrt{3}}} \Rightarrow T = 4(t_1 + t_2) = 2(1 + \sqrt{3}) \sqrt{\frac{l}{g} \sqrt{1 + \sqrt{3}}},$$

vypočítali sme teda periódu pohybu pozostávajúceho z voľného pádu a šikmého vrhu medzi dvoma napnutiami špagátu. Podobne by sa dali spočítať aj ďalšie pohyby so tromi, štyrmi, ... napnutiami špagátu, to by však bolo príliš komplikované (má tomu zabrániť požiadavka na jednoduchosť periódy). Takto sú však vybavené len také pohyby, ktorých trajektórie sú súmerné okolo zvislej priamky prechádzajúcej bodom S. Sú aj iné možnosti, ako dosiahnuť periodický pohyb. Napríklad by sme mohli uvažovať, že po prvom odraze (napnutí špagátu) sa hmotný bod opäť pohybuje po parabole, ale potom sa neodrazí hore, ale na plochu myslenej guľovej jamy dopadne kolmo a po tej istej parabole sa vráti späť až po rovnomernej spomalenom pohybe skončí znova na začiatku. Počítať však periódu niečo takého je o dost náročnejšie.

Tento príklad nemá zrejme jednoznačné riešenie a pri jeho opravovaní som to ani nevyžadoval. Potrebné bolo najmä uvedomiť si, aké periodické pohyby môže hmotný bod vykonávať, čo sa nakoniec väčšine z vás aj podarilo.

### A-3.4 Kladky (opravoval Robo, vzorák Tomáš)

Na obrázku je sústava kladiek, ktoré sa môžu otáčať bez trenia a pri výpocte ich môžeme považovať za nehmotné. Aké bude zrýchlenie závaží s hmotnosťami  $m$ , ak ich necháme voľne sa pohybovať?



Milé deti. Nie je dolezite vediet, ale naucit sa ;-)<sup>TM</sup> Sledujte debatu FKS! Tento príklad vám dal riadne zabrat. A pritom nebolo treba robit nic iné, než to, čo sa robí pri BPK (bežný problém s kladkami). Problém bol v tom, že ľudský um sa občas zdráha pripustiť (správne) riešenie, ktoré nám vyjde zo správnych rovníc.

Najprv zrátame jeden zBPK, ktorý je na obrázku. To preto, aby sme si vlastne ujasnili, ako sa taký BPK ráta, a potom plynule nabehneme na tú mordu, čo ste mali rátať vy. Takže obrázok. Zrátat chceme, ako inak, zrýchlenia troch telies, ktoré znedostatku fantázie označíme  $a_1$ ,  $a_2$  a  $a_3$ , pričom ich orientácia je súhlasná s gravitačným zrýchlením  $g$ . (pre menej chápvých: nadol). Teraz sa pozrieme na laná. Ako vravel môj kamarát, lano, to je také ohybné oné. Lano dokáže držať, napríklad debnicku pomarancov. To preto, lebo v lane vznikne istá sila tahu.

Teraz trochu odbočíme, aby sme si povedali jednu vec: **Na nehmotné teleso nemôže pôsobiť sila.** Totiž, podľa uja Newtona  $F = ma$ , čo sa pre  $m = 0$  redukuje na  $F = 0$ . Samozrejme, môžete sa *snažiť* nan pôsobiť silou. Telesu tým však udelíte *nekonečne veľké* zrýchlenie a kým sa spamätáte, bude už za horami.

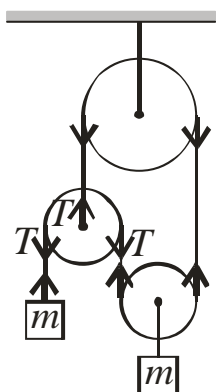
Naspäť k lanu a tahu v nom. Ponevác hmotnosť lana aj kladiek zanedbávame, v celom lane musí byť tah konštantný. Na každý (nehmotný) element (nehmotného) lana musí celkovo pôsobiť nulová sila, t.j. rovnaký tah z oboch strán. Tento tah môžeme pre naše laná označiť ako  $F$ ,  $T$ . (pozri obr.) Tieto sily budú na závažia a kladky pôsobiť tak, ako je to znázornené na obr. Teraz zapíšeme pohybové rovnice pre naše tri závažia:

$$m_1 a_1 = m_1 g - F \quad (1)$$

$$m_2 a_2 = m_2 g - T \quad (2)$$

$$m_3 a_3 = m_3 g - T \quad (3)$$

Samozrejme, oko pozrie, oko vidí:  $a_2 - (-a_1) = -(a_3 - (-a_1))$ . (4) Preto? Výrazy na ľavej resp. pravej strane predstavujú zrýchlenia 2. a 3. závažia vzhľadom na spodnú kladku. Tieto zrýchlenia musia byť opačných veľkostí. (lano sa neroztahuje) Na záver zapíšeme  $F = 2T$ . (5) Pocijem nesúhlasné výkriky? Aj spodná nehmotná kladka je len nehmotná kladka, a preto výslednica síl, čo na nu pôsobia, je nulová. Tým sme zapísali všetky dôležité rovnice. Je ich päť – presne toľko, koľko je neznámych (uff, sadlo to) Dorátanie je už len technickou záležitosťou.



A teraz vám predvediem trojriadkové riešenie zadaného príkladu. Označme silu pnutia v špagáte  $T$ . Z rovnosti síl pre ľavú (najľavejšiu) kladku vidíme, že  $T = 2T$ . Z toho vyplýva, že  $T = 0$ . Obe telesá teda padajú voľným pádom. Vsio.

Vyhovuje takéto riešenie zdravému rozumu? Uznávam, že na prvý pohľad to zväzda rezolútne povedať: „možno!“. Keď trochu zarátame, zistíme, že ľavá kladka sa pohybuje nadol, a to zrýchlením  $3g$ . Lahko overíte, že celková dĺžka lana sa vtedy nemení. Dobrým pozorovaním je aj to, že ľavé teleso môže byť v hocijakej výške (až kým sa niektorej časti sústavy „neminie“ špagát) nezávisle na pravom telese. Pohyb jedného telesa teda nemá na to druhé vplyv, akedže sú to jediné hmotné objekty, budú sa pohybovať ako dva nezávislé voľné pády (toto podrobne rozoberieme na sústredku), čo vynikajúco sedí s vedomosťou  $T = 0$ .

# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 3. sérii letného semestra 20. ročníka

Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	⊙	A-3.1	A-3.2	A-3.3	A-3.4	⊗	S
1. Závodný	Jakub	ok.	G BA Grösslingova	40,0	5,0	5,0	5,0	5,0		60,00
2. Hrdá	Marcela	3 IB	G BA J. Hronca	39,5	4,8	5,0	5,0	2,8		57,74
3. Bzdušek	Tomáš	sx. A	G Pieštany	39,6	2,5	5,0	4,4	2,0		54,82
4. Imriška	Jakub	3 A	G BA J. Hronca	34,6	5,0	5,0	5,0	5,0		54,61
5. Dzetkulic	Michal	4 A	G PH Michalovce	37,8	3,5	5,0	3,5	4,5		54,30
6. Perešíni	Peter	3 F	G BB Tajovského	39,3	–	5,0	5,0	–		50,79
7. Lalinský	Ján	4	G Varšavská	32,4	5,0	3,5	5,0	4,5		50,40
8. Veselovská	Lenka	se.	G Lipt. Mikuláš	32,1	1,5	4,0	4,5	4,5		47,75
9. Astaloš	Róbert	4 A	G Rimavská Sobota	28,5	5,0	5,0	4,8	3,0		46,30
10. Zámecník	Peter	3 D	G MRŠ NMV	31,0	2,0	5,0	4,0	2,5		45,77
11. Kucharík	Marcel	3 D	G MRŠ NMV	28,6	–	5,0	5,0	4,8		44,56
12. Petřík	Peter	4 IB	G BA J. Hronca	33,1	1,5	3,0	3,8	3,0		44,40
13. Pöbišová	Zuzana	3 F	G BB Tajovského	31,8	2,0	3,0	4,0	2,0		44,24
14. Fackovec	Boris	se. A	G Pieštany	31,7	2,5	4,5	3,7	–		43,86
15. Kravec	Martin	3 A	G PH Michalovce	31,4	1,5	4,0	3,5	1,5		43,38
16. Mikuláš	Ján	se.	G BST Lucenec	31,8	3,0	3,5	3,5	–		43,28
17. Komorovský	Marek	se.	G Dubnica nad Váhom	30,5	1,0	3,5	5,0	2,5	-2	39,94
18. Kaniansky	Miroslav	se. A	G Piaristické Nitra	30,2	–	–	4,0	2,8		38,39
19. Sasák	Róbert	4 D	SPŠE Pieštany	26,1	1,5	3,5	4,8	0,5		36,40
20. Foltin	Miroslav	3 C	G Jána Hollého	25,9	2,5	–	3,5	1,5		34,77
21. Korch	Jakub	7 A	G Piaristické Nitra	26,5	1,5	1,0	0,7	1,5		32,24
22. Štolcová	Jana	se.	G Párovská	24,3	1,5	2,0	1,0	2,0		32,07
23. Sudolský	Michal	2 F	G BB Tajovského	30,9	–	–	–	–		30,91
24. Šibík	Juraj	4 D	G Považská Bystrica	30,5	–	–	–	–		30,50
25. Simančík	František	ok.	G BA Grösslingova	19,5	5,0	5,0	–	–		29,50
26. Hergelová	Beáta	3 B	G BST Lucenec	16,0	1,5	2,0	5,0	1,8		27,75
27. Svítková	Lucia	3 B	G VBN Prievidza	20,6	1,5	1,5	2,0	0,8		27,64
28. Rušin	Michal	ok.	G Spišská Stará Ves	20,0	1,5	4,0	0,3	1,5		27,30
29. Piják	Peter	4 B	G VOZA	21,0	–	4,5	–	–		25,50
30. Obžerová	Gabriela	3 B	G VBN Prievidza	20,6	1,5	1,0	1,5	1,5	-1	25,25
31. Ladecky	Martin	4 B	G VOZA	20,5	–	–	–	–		20,50
32. Bachratá	Alenka	3 B	G VOZA	18,8	–	–	–	–		18,77
33. Vojtko	Andrej	ok. A	G Skalica	14,3	1,5	–	1,3	–		17,10
34. Uchytílová	Vendula	3 A	G J.K.Tyla	11,0	1,0	–	2,0	0,8		15,72
35. Petruchová	Zuzka	se.	G BA Grösslingova	13,9	–	–	–	–		13,91
36. Berta	Peter	2 A	G Velké Kapušany	9,4	–	–	–	3,0		13,21
37. Švihranová	Ivana	3 C	OA Hrobákova 11	3,5	–	–	–	–		3,52