

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

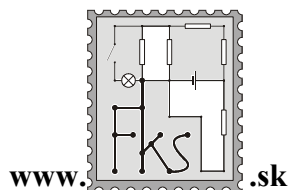
2. kolo letnej časti 24. ročníka

B – kategória (mladší)

školský rok 2008/2009

termín odoslania riešení

15. 4. 2009 (Pozor streda!)



FKS, KTFDF FMFI UK

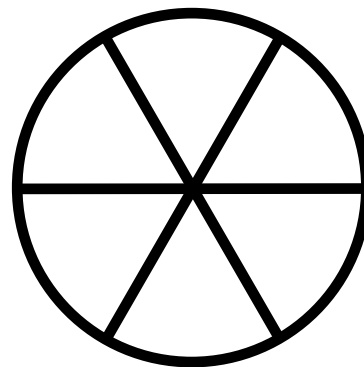
Mlynská dolina

842 48 Bratislava

otazky@fks.sk

B-2.1 Koleso (4 body, riešia len prváci)

Predstavte si takéto. Ste režisérom vysokorozpočtového filmu a máte starostí nad hlavu. Herci prichádzajú do práce nevyspaní a pod vplyvom alkoholu. Rekvizity sú nekvalitné a rozpadajú sa vám pod rukami. Nestíhate mŕtvu čiaru a váš finančný partner sa vám vyhráza, že stiahne svoje financie z projektu. Hlavnej herečke sa na líci vyhodil pupák a teraz odmieta predstúpiť pred kamery. A navyše, občas sa stane, že keď snímate kamerou točiacu sa koleso, vo výslednom filme sa koleso netočí vôbec, ba čo viac, niekedy sa dokonca točí dozadu. Vysvetlite, ako je to možné a zistite, pre akú najmenšiu rýchlosť otáčania kolesa (koľko otáčok za sekundu) bude koleso na filme stáť. Predpokladajte koleso také ako na obrázku. Film sa točí kamerou, ktorá berie 24 obrázkov za sekundu (teda, ako keby sa 24 krát za sekundu odfoť celú scénu).



B-2.2 Vajco (5 bodov)

Vo FKS máme vajcia. Uvarené v rýchlovarnej kanvici sa stávajú každodennou proteínovou zásobárňou matfyzom unaveného FKSáka. A pri takom olovrante človeka začnú napadať veci.. Napríklad: Vezmite vajce a nejakú ho upevnite na stôl tak, aby stálo na svojej širšej špičke. Priamo zhora naň zatlačte doskou. Odmerajte:

- Aká sila je potrebná na rozbitie vajca?
- Ako veľmi túto hodnotu ovplyvní, ak vajce vyfúknete?

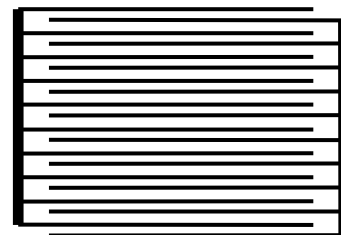
Prípadný rozdiel medzi hodnotami v a) a b) stručne vysvetlite.

B-2.3 Maličkosť (5 bodov)

Kubo má na stole položenú svoju maličkosť. Trochu do nej drcol (fyzikálne: udelil jej nejakú rýchlosť), vďaka čomu sa začala pohybovať rovnobežne s hranou stola. Po dvoch sekundách od drenutia maličkosť dosiahla okraj stola vzdialený jeden meter. Má Kubova maličkosť kolieska?

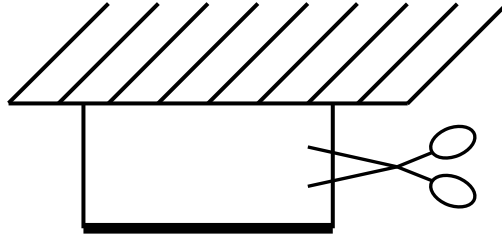
B-2.4 Kniha (5 bodov)

Filip minule zobral dve najnovšie vydania Odviate vetrom a stranu po strane ich „zasekol“ do seba, tak ako na obrázku. Jedno Odviate vetrom váži pol kila ($m = 0,5$ kg), má $N = 600$ strán, koeficient trenia medzi dvoma listami papiera je $f = 0,5$, rozmery knihy sú 20 cm \times 30 cm ($a = 20$ cm, $b = 30$ cm). Predpokladajte, že väzba kníh je veľmi flexibilná a vôbec „nemá problém“ s tým, že musí poňať dvojnásobné množstvo strán. Akou silou musíme knihy ťahať od seba, aby sme ich rozdelili, ak v popísanej konštelácii voľne ležia položené na stole?



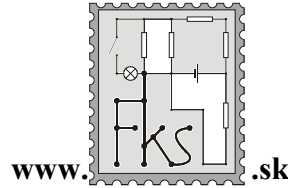
B-2.5 Záves (5 bodov)

Palička si visí. Zrazu prestrihneme jeden zo špagátov na ktorých visí. Akou silou bude v okamihu tesne po prestrihnutí napínaný druhý špagát? Hmotnosť paličky je m a mohli by sme vám o nej prezradiť ešte kopec ďalších zaujímavých a zbytočných parametrov, ale už mi došla fantázia :)



FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

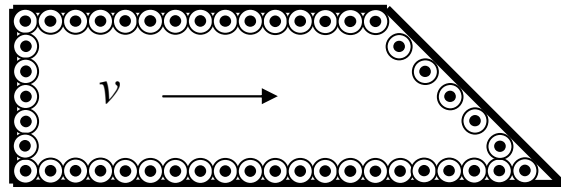
3. kolo letnej časti 24. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2008/2009
termín odoslania riešení
11. 5. 2009



FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

B-3.1 Tank (4 bodov, riešia len prváci)

Predstavte si tank, ktorý sa pohybuje po zemi rýchlosťou v . Tank má pás, ktorý vyzerá tak, ako na obrázku. Ktorým smerom a akými veľkými rýchlosťami sa pohybujú jednotlivé kusy pásu tanku? Sklon prednej časti pásu je 45° .



B-3.2 Utopená loptička (5 bodov)

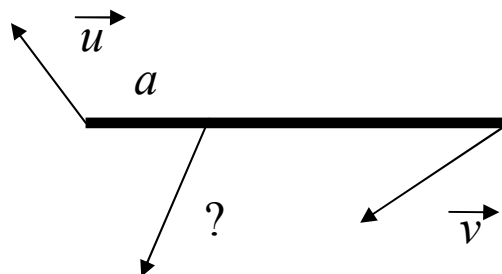
Pingpongovú loptičku s polomerom r a hmotnosťou m držíme ponorenú 10 cm pod voľným povrchom vody. Zrazu ju pustíme. Do akej výšky vyskočí? Brzdne sily pôsobiace na loptičku môžete zanedbať.

B-3.3 Tyčka (5 bodov)

Traja kamaráti chytli tyč. Jano ju chytil za jeden kraj, Jano za druhý a Jano vo vzdialenosti a od kraja. Krajní Janovia sa v istú chvíľu rozhodli, že tyč budú niesť rýchlosťami u a v tak ako na obrázku. Tyč je neroztiahnuteľná a má dĺžku l .

- Aké vlastnosti musia spĺňať vektory u a v aby takáto situácia mohla nastať?
- Ako sa má v tomto okamihu pohybovať stredný Jano, aby ostal v kontakte s tyčou?
- Ako sa má v tomto okamihu pohybovať stredný Jano, aby ostal v kontakte s tyčou a stále bol od krajného Jana vzdialený o a ?

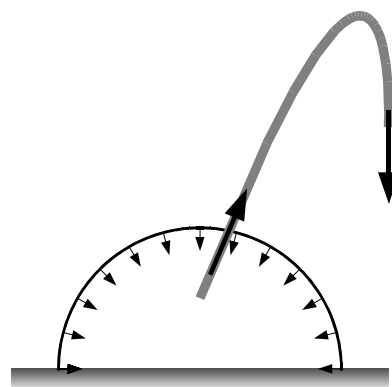
Ako odpovede na otázky od vás chceme geometrický postup, ako zo zadaných vektorov skonštruujete to, čo treba.



B-3.4 Vyfúkačka (5 bodov)

Vezmite si slamku, pravítko, saponát, vodu, fotoaparát, bravčové karé a stopky. Vytvorte na hladkom povrchu polbublinu a nechajte ju cez slamku vyfúknuť. Pokúste sa zistiť, od akej mocniny n začiatočného polomeru r bubliny závisí čas t jej vyfúknutia!

Poznámka: Predpokladajte závislosť $t = C \cdot r^n$ a meranie nezabudnite viackrát zopakovať. Pri analýze dát sa vám môže hodiť lineárna závislosť $\log t = \log C + n \log r$. Ak ste s logaritmi ešte nepracovali, neváhajte sa obzrieť na internete (<http://sk.wikipedia.org/wiki/Logaritmus>) alebo v knižkách.



B-3.5 Príklad (5 bodov)

Mek Kajver utiekol pred špatňáčkmi na neznámu planétu, ktorá sa nápadne podobá na našu Zem – a rád by sa z nej dostal preč. Má k dispozícii raketu. Spolu so všetkým vybavením, nádržami na palivo, a tak ďalej, váži 10 ton, pričom ďalších 10 ton paliva sa dá natankovať do jej nádrží. Spaliny vznikajúce spálením paliva opúšťajú trysku rakety rýchlosťou 23 km/s a ich hmotnosť je 10 kg za sekundu. Mek odštartuje z povrchu planéty t.j. zo vzdialenosti 6 378 km od jej stredu, hmotnosť planéty je $5,97 \cdot 10^{24}$ kg, gravitačná konštanta $6,67 \cdot 10^{-11}$. Zistite

- Akým zrýchlením sa bude raketa pohybovať hneď po zapnutí motorov?
- Podarí sa Mekovi opustiť gravitačné pôsobenie planéty (t.j. získať potrebnú rýchlosť na únik do nekonečna?) Ak áno, akou rýchlosťou by sa (do nekonečna) dostal? Ak nie, do akej maximálnej vzdialenosti od stredu planéty vyletí?
- Koľko hmotnosti môže ešte pribrať / sa musí zbaviť, aby mu palivo stačilo akurát na opustenie gravitačného pôsobenia planéty (aby do nekonečna priletel nulovou rýchlosťou?)

Ako už zadanie úlohy napovedá, v tomto prípade nebazírujeme na všeobecných riešeniach – uspokojí nás hocaká približná metóda, ktorou dostanete čo najpresnejší výsledok. V prípade použitia počítača, nám pošlite rozumný popis toho, čo ste vlastne robili (program, resp. excelovský sheet alebo aspoň jeho popis, resp. hocičo iné použijete), aby sa z toho opravovateľ vysomáril.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

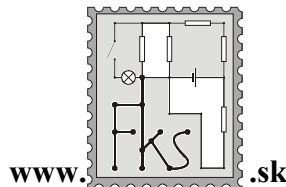
vzorové riešenia 1. série

B – kategória (mladší)

24. ročník

letný semester

školský rok 2008/2009



FKS, KTFDF FMFI UK

Mlynská dolina

842 48 Bratislava

otazky@fks.sk

B-1.1 Fajo (opravovala Janka)

„Tak, a teraz ten check-in stihnem“, povedal si Fajo po tom, čo mu naposledy lietadlo do Londýna zdrhlo pred nosom. Jeho úloha je však neľahká. Stojí na letisku na konci dlhocznej chodby a potrebuje ňou celou prejsť. Aby sa cestujúci príliš nenachodili, sú v chodbe nainštalované pohyblivé pásy. Človek, ktorý si na ne stúpi, je unášaný konštantou rýchlosťou tým správnym smerom. Fajo je odhodlaný kráčať rýchlosťou 6 km/h a to ako po rovnej zemi, tak aj po páse. Má však ešte jeden problém: Na topánke sa mu rozviazala šnúrka. Jej zavieranie mu bude trvať presne 15 sekúnd – počas týchto 15 sekúnd bude stáť (na zemi alebo na páse). Ak chce chodbou prejsť za čo najkratší čas, má si zaviazať šnúrku na páse, alebo mimo neho? Odpoveď poriadne zdôvodnite. Pokiaľ nebudete vedieť s úlohou v tomto stave pohnúť, skúste si za neznáme parametre (dĺžka chodby, dĺžka pásov, atď...) navoliť nejaké konkrétne čísla a úlohu zrátať pre ne.

Úloha sa dala riešiť rôzne. Najpriamočiarejšie je napísať si, koľko bude Fajovi trvať prejde chodby pre každý prípad (zavieranie šnúrky mimo pásu a na ňom), a potom tieto časy porovnať. Skúsme sa však zamyslieť. Predstavme si troch Fajov: Fajo1 si zavezuje šnúrku na páse, Fajo2 mimo pásu a Fajo s čiarkou (Fajo') si zavezuje šnúrku na páse, avšak popri zavezovaní ešte kráča proti páse takou istou rýchlosťou akou sa pohybuje pás (a teda vzhľadom na zem vlastne stojí). Prečo vlastne zavádzame Fajo', keď takýto Fajo odporuje podmienkam zo zadania (pri zavezovaní sa hýbe?) Pretože odporuje-neodporuje, je hneď vidno, že čo sa týka časov potrebných na prechod letiskom Fajo' = Fajo2 a tiež Fajo' > Fajo1. Preto evidentne Fajo2 > Fajo1 t.j. šnúrku je výhodné zavezovať na páse.

B-1.2 Čakám, čakáš, čakáme (opravovali Halucinka a Tomáš)

Samo každodenne dochádza do školy poriadny kus cesty a pri tom sa na autobus čo? Čaká. Posledných 800 metrov cesty k zastávke už však Samuel vidí, čo sa na zastávke deje. V rámci riadenia sa heslom „čakáš – nežiješ“ zvolil pre posledných 800 metrov nasledovnú stratégiu: pokiaľ ešte nevidel na zastávku prísť autobus, beží rýchlosťou 12 km/h. Pokiaľ autobus videl, spomalí a chôdzou (6 km/h) dôjde zvyšok dráhy. Koľko Samo v priemere čaká na zastávke, ak autobusy chodia v 10 minútových intervaloch a Samo chodí z domu úplne náhodne?.

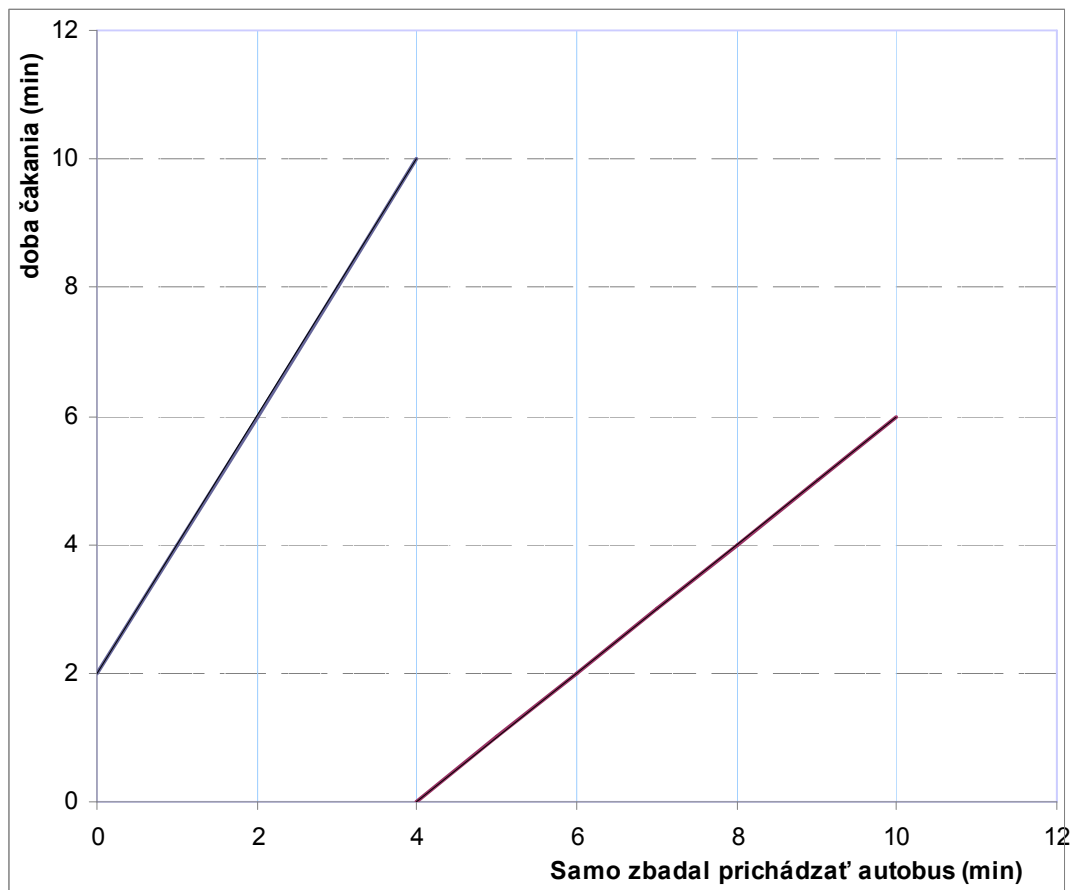
V okamihu keď Samo prvý krát uvidí zastávku, začneme merať čas. Niekedy od teraz po 10 minút bude zo zastávky odchádzať autobus, pričom tento čas je úplne náhodný. My potrebujeme vedieť, koľko bude čakať v priemernom prípade – musíme teda ako keby „spriemerovať všetky možnosti“ ktoré môžu nastať. Ako sa takýto priemer robí si hneď ukážeme. Definujme si funkciu $f(t)$ ako dĺžku čakania, ktorá Samuela čaká za predpokladu, že v čase t uvidel zo zastávky odchádzať autobus. Priemerná výška grafu funkcie f bude potom odpovedať priemernej dobe čakania Sama na autobus. A ako bude $f(t)$ presne vyzeráť? V prvom rade, ako ľahký výpočet ukáže, Samo sa na zastávku dostane za 4 minúty behom alebo za 8 minút chôdzou. Z tohto hneď vidíme, že $f(0) = 2$ min – Samo okamžite prechádza do chôdze, 8 minút kráča na zastávku, tam čaká 2 minúty. Ďalej zaujímavá hodnota je $f(4)$. Po 4 minúte behu Samo akurát dobehol na zastávku, z ktorej akurát odchádza autobus. Podľa toho či ho stihne, bude čakať 0 alebo 10 minút. V tomto bode bude mať teda funkcia ako keby 2 funkčné hodnoty¹. Ďalej pre časy väčšie ako 4 minúty Samo už čaká na zastávke a

¹ Rigorózni matematici odpustia...

keď autobus príde tak doň nasadne. Preto pre tieto časy platí triviálne $f(t) = t - 4$ min. Ostáva už len vyšetriť správanie f na prvých štyroch minútach. Od času, kedy Samo uvidel autobus lineárne závisí dráha, ktorú ešte musí prejsť na zastávku a teda aj čas, ktorý mu tento prechod potrvá, a teda aj čas, ktorý bude ešte čakať. Spojíme funkčné hodnoty v čase 0 a 4 min rovnou čiarou (linearita) a máme tu,

TAMTADADÁÁÁÁÁÁÁÁ

graf funkcie f . Prehliadnite si ho, aký je sličný.



Celková plocha pod grafom funkcie f na skúmanom intervale je 42 minút štvorcových², čo vydelené jeho šírkou 10 minút dáva priemernú výšku (= dobu čakania) 4,2 minúty.

B-1.3 Tyč (opravoval Samo)

Mek Kajver sa zase raz dostal do peknej šlamastiky. Špatňáči ho zavreli do kockovej cely o hrane dĺžky a . Z cely sa dostane iba ak dokáže zapôsobiť na bočnú stenu silou o veľkosti $F_{\text{veľká}}$. Mek Kajver vytiahol z vrecka tyč dĺžky $l > a$. Tyč oprel o stenu a zavesil sa na ňu ako na obrázku. Predpokladajte že trenie medzi tyčou a stenami je nulové, tyč je nehmotná avšak dokonale pevná. Naopak, náš hrdina má hmotnosť M a je dosť ohybný. Už predpokladáte? Tak potom skúste odpovedať:

a) Kam sa má na tyč zavesiť, aby táto pôsobila na stenu čo najväčšou silou?

b) Akú veľkosť a aký smer bude mať vtedy táto sila?

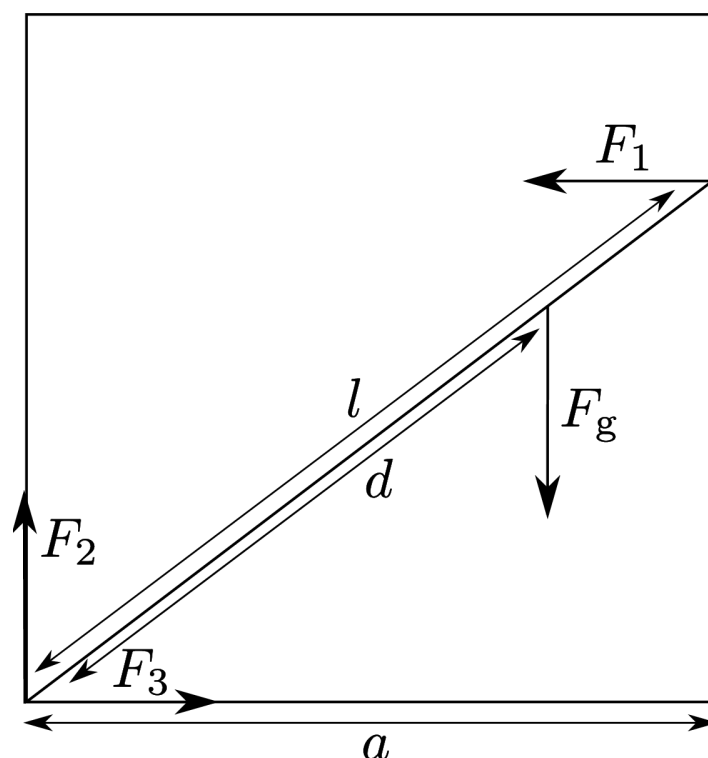
Aká maximálna sila sa dá uvedenou technikou dosiahnuť, ak má tyč nastaviteľnú dĺžku?

Začnime tým, že oprášime svoje fyzikálne vedomosti z dynamiky. Jedným z najdôležitejších fyzikálnych zákonov je Newtonovo $F = ma$, kde F je súčet všetkých síl pôsobiacich na teleso, m je jeho hmotnosť a a je zrýchlenie jeho ťažiska. Obdobou tohto zákona pre rotačné pohyby telies upevnených na nehybnej osi je $N = I\varepsilon$, kde N je súčet

² Čo kukáte, jak keby ste ešte nevideli serióznou jednotku plochy :)

všetkých momentov síl, ktoré pôsobia na teleso, I je moment zotrvačnosti telesa vzhľadom k danej osi a ε je uhlové zrýchlenie telesa. Všimnime si, čo nám tieto dva zákony hovoria pre teleso, ktoré je v pokoji. Aby teleso bolo v pokoji, musí mať zrýchlenie rovné nule, to však (pre telesá s nenulovou hmotnosťou) znamená, že súčet všetkých síl pôsobiacich na teleso musí byť rovný nule. Radi by sme využili aj vzťah, ktorý poznáme pre rotačné pohyby, na to by však najskôr teleso muselo byť upevnené na nehybnej osi? Čo s tým urobíme? Všimneme si, že ak je teleso v pokoji – nehýbe sa, môžeme ho hocikde prevrátať a prevliecť tadiaľ, bez toho, že by sme tým čokoľvek ovplyvnili, malú osku, ktorá bude (keďže teleso sa nehýbe) nehybná. Po takomto prevrátaní už môžeme smelo využiť druhú rovnicu, z ktorej vyplýva, že súčet momentov síl vzhľadom na osku musí byť nulový, aby sa teleso nehýbalo. Keďže osku sme si mohli zvoliť kdekoľvek, znamená to, že súčet momentov síl musí byť nulový vzhľadom na ľubovoľný bod, čo nám dáva netušené možnosti pri počítaní tohto príkladu.

Nuž, po stručnom teoretickom úvode sa môžeme pustiť do samotného riešenia. No a keďže základom dobrého riešenia je dobrý obrázok, jeden si nakreslíme.



Obr. 1: Sily pôsobiace na tyč

Na tyč pôsobia štyri sily, tiažová sila nášho hrdinu, sila od pravej steny, sila od ľavej steny (šikovnému riešiteľovi je jasné, že sa ich veľkosti rovnajú) a nakoniec ešte sila od podlahy. Poďme si spočítať momenty síl vzhľadom na roh miestnosti, o ktorý je tyč opretá. Keďže vieme, že ich súčet musí byť rovný nule, dostávame rovnosť:

$$\frac{F_g a d}{l} = F_1 \sqrt{l^2 - a^2}$$

Už by malo byť vidno, že sila F_1 , ktorou bojar láme stenu, bude maximálna, ak sa zavesí čo najbližšie k nej, teda ak $d = l$. Veľkosť sily vtedy bude:

$$\frac{F_g a}{\sqrt{l^2 - a^2}} = F_1$$

A už možno vidieť prekvapivý výsledok, ak môžeme dĺžku tyče nastavovať, maximálnu silu vytvoríme keď dĺžka tyče bude len o málo väčšia ako šírka miestnosti. Pritom veľkosť sily, ktorú sme schopní vyprodukovať, *neexistuje žiadny horný limit*. No nie je to skvelé? Samozrejme, obmedzení technického charakteru je neúrekom (tyč má svoje rozmery, pri veľkých tlakoch sa deformuje...)

Úlohu sa nám podarilo správne vyriešiť, zostáva však otázka, či by sa niečo zmenilo, keby sme si zvolili os v inom bode tyče. Snaživý riešiteľ si môže na niekoľkých osiach vyskúšať, že by sa skutočne nič nezmenilo a výsledok by bol ten istý. To znamená, že každá takáto ďalšia rovnica pre inú os sa dá vykombinovať z nami napísaných rovníc pre rovnováhu. Okrem iného to teda znamená aj toľko, že nemá zmysel si pri počítaní podobného príkladu voliť viacero rôznych osí a písať momentové rovnice pre ne – každá takáto rovnica navyše nám pridá nulovú informáciu³.

B-1.4 Delovka (opravoval Jano)

Delová guľa je vystrelená zvislo nahor a v najvyššom bode sa rozdelí na tri rovnaké časti. Časť pohybujúca sa zvislo dopadne na zem po čase T_1 . Zvyšné dve časti dopadnú v rovnakom čase T_2 ($T_1 < T_2$). V akej výške H sa guľa rozletela?

Guľa si letí nahor zvislým vrhom a v najvyššom mieste letu, čo tu zrazu? „Voľáčo ma dvíha, čosi sa porobilo... lietam sprava doľava!“ Takto by umelec⁴ popísal situáciu. Guľa v najvyššom bode akoby na okamih zastala (t.j. jej hybnosť a aj rýchlosť je rovná nule). Preto ak sa guľa v tomto okamihu rozletí, bude súčet hybností rozletených častí tesne po rozletení nula. Inými slovami magický ZZH (zákon zachovania hydrantu, pardon hybnosti), nám hovorí $0 = p_1 + p_2 + p_3$, kde p_1 označuje hybnosť najskôr dopadnuvšieho fragmentu a zvyšné p -čka prislúchajú zvyšným fragmentom. Z toho, že jedinou následne pôsobiacou silou je tiažová, ktorá nezávisí od miesta, kde sa nachádzame ani od rýchlosti plynie, že pohyby vo vodorovnom a zvislom smere sú nezávislé. Pohyb vo vodorovnom smere nás teda vôbec zaujímať nemusí⁵ a preto pre jednoduchosť môžeme predpokladať, že žiadny nie je.⁶

Teda odteraz sa sústredíme výhradne na zvislý smer. V prvom rade zo zadania vyplýva, že všetky kusy sú rovnaké. Ďalej, hybnosť dvoch neskôrdopadnutých fragmentov musela byť po výbuchu rovnaká a teda $p_2 = p_3$. Hmotnosti sú rovnaké a tak ZZH bude viesť na rovnicu $v_1 + 2v_2 = 0$, a teda nech $v_1 = v$ a $v_2 = v/2$, teda kusy letiace nahor majú zvislú zložku rýchlosti polovičnú.

Pre kus₁ sa teda koná pád nadol s počiatočnou rýchlosťou v v smere nadol z výšky H . Rovnica pre jeho výšku od času je

$$y_1 = -gt^2/2 - vt + H,$$

dosadením podmienky pre dopad $y_1(t_1) = 0$ máme $H = gt_1^2/2 + vt_1$, naľavo je hľadaná výška výbuchu a napravo krásny výraz, akurát tú rýchlosť v nepoznáme.

Pre ostatné dva kusy je zvislá situácia rovnaká, a síce letia nahor rýchlosťou $v/2$ a zároveň padajú voľným pádom z výšky H . Rovnica pre ich výšku od času je

³ Po čínsky sa to povie aj takto: $\sum (r_i + r') \times F_i = \sum r_i \times F_i$

⁴ Karpatské chrbáty – Skočil som na mínu (Karpatské Chrbáty – 3 (1999))

⁵ To, ako sa fragment pohybuje vo vodorovnom smere nijako neovplyvňuje to, kedy dopadne na zem.

⁶ Symetrický prípad troch rovnakých hybností smerujúcich do vrcholov rovnostranného trojuholníka je len špeciálnym prípadom, nie všeobecným riešením. Preto šli body dolu.

$$y_2 = -gt^2/2 + vt/2 + H.$$

Opäť dosadíme podmienky pre dopad $y_2(t_2) = 0$ a máme analogicky $H = gt_2^2/2 + vt_2$.

Dostali sme 2 lineárne rovnice o dvoch neznámych H, v . To vieme ľahko vyriešiť, stačí ich napríklad vhodne prenásobiť a sčítať a dostaneme výsledný vzťah

$$H = \frac{gT_1T_2(T_1 + 2T_2)}{2(2T_1 + T_2)}.$$

B-1.5 Experimentálka? (opravoval Jakub)

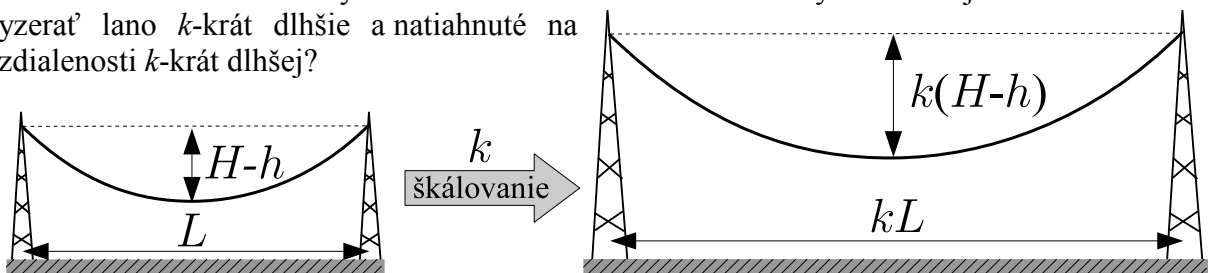
Elektrické vedenie vysokého napätia pozostáva zo stĺpov, na ktorých je vo výške $H = 55$ m upevnených 6 medených vodičov (2-krát trojfázovo). Z bezpečnostných dôvodov nemôže vodič vysokého napätia klesnúť pod výšku $h = 40$ m nad povrch zeme. Rozostup stĺpov je $L = 300$ m. Urč celkovú dĺžku vodičov potrebných pre dĺžku vedenia 100 L (teda 30 km)! Tiež zisti, koľkokrát menšie je najvyššie (mechanické) napätie vo vodiči voči jeho medzi pevnosti! Môžu sa ti hodiť údaje: hustota medi $\rho = 8930$ kg m⁻³, medza pevnosti medi v ťahu $\sigma_t = 450$ MPa. Pri tejto úlohe nás nezaujíma všeobecný výsledok, postačí, ak nám s dostatočnou presnosťou povieš, koľko ti to vyšlo konkrétne pre zadané hodnoty. K riešeniu samozrejme pripoj komentár, ako si to robil, prečo je to tak dobre a ak máš len približný výsledok, tak aj odhad chyby.

Fúú... Toto sa vôbec nepodobá na nejakú rozumnú stredoškolskú úlohu. Však toto môže byť celkom *praktická* vec! Vraj experimentálka...?

Úlohu budeme riešiť pre prípad, že vodiče sú v najnižšom mieste práve vo výške h , ako som napísal aj na debatu. Za nedôslednosť v zadaní sa ospravedlňujem.

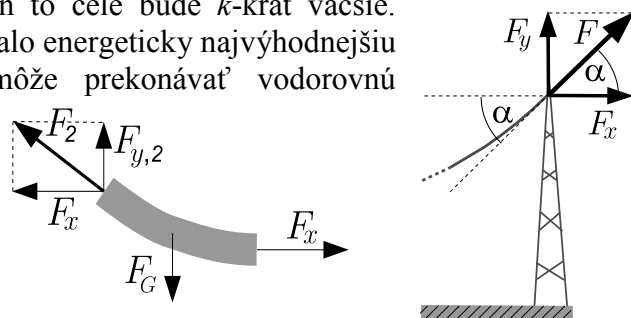
Je celkom rozumné skúsiť nahradiť neznámy tvar vodičov čímsi známym, čo sa na ne podobá. Tak to urobila väčšina z vás a použila pritom zväčša lomenú čiaru alebo kružnicový oblúk a získala dosť dobrý výsledok. Tento prístup sa mi nepáči, lebo asi nikto z vás nevie zistiť, akej veľkej chyby sa pritom dopustil. To určenie chyby je totiž obdobne ťažké ako nájsť presné riešenie. Zvolil som preto *experimentálny* prístup, ktorý je síce vo výsledku menej presný ako tá kružnica, avšak ktorého chybovosť mám lepšie pod kontrolou.

Ako prvé sa vysporiadame s tými rozmermi. Keď sa človek tak popozereá ako vyzerajú všelijaké visiace šnúrky a retiazky a vedenia a špagáty, tak zistí, že všetky visia tak nejak podobne. Skúsme naše pozorovanie trochu formalizovať: majme lano dĺžky l upevnené na oboch koncoch rovnako vysoko. Vodorovná vzdialenosť úchytovej nech je L . Ako bude vyzeráť lano k -krát dlhšie a natiahnuté na vzdialenosti k -krát dlhšej?



Lano bude vyzeráť úplne rovnako, len to celé bude k -krát väčšie. Prečo? Nuž preto, lebo pôvodné lano zaujalo energeticky najvýhodnejšiu polohu. Zrejme k -krát dlhšie lano môže prekonávať vodorovnú vzdialenosť kL majúci rovnaký tvar ako pôvodné lano. A keďže pre pôvodné lano to bola najvýhodnejšia tvar, tak to bude aj pre nové lano.⁷

Potom si ale môžeme povedať, že



⁷ Keď malo pôvodné lano ťažisko v hĺbke d pod úchytni, tak nové bude mať v hĺbke kd . Nemôže ho mať hlbšie, lebo keby existoval taký tvar, že ťažisko nového lana by bolo hlbšie, tak by existoval tvar pre k -krát menšie lano taký, že ťažisko lana by bolo hlbšie ako d . Čo je spor.

namiesto skúmania elektrického vedenia môžem pekne doma v plnom komforte zavesiť špagát s rozstupom úchyto $L' = 3 \text{ m}$ a výškou previsu $(H - h)' = 15 \text{ cm}$.⁸ Môžem zmerať dĺžku špagátu l' , ktorý som na to použil a napísať odpoveď l'/k .

Ďalej by som chcel zistiť to mechanické napätie. Najprv si musíme uvedomiť, že horizontálna zložka napätia v lane je pozdĺž celého lana rovnaká. Dôvod nájdeme na obrázku vpravo, kde sme si zakreslili sily pôsobiace na kus lana ľubovoľnej dĺžky, ktorého jeden koniec sa nachádza v najnižšom bode lana. Na tento kus pôsobí lano ťahovými silami sprava a zľava a ešte naň pôsobí tiaž. Lano je statické a teda sily musia byť v rovnováhe. Preto musia byť vodorovné zložky napätia v každom bode lana rovnaké ako v jeho najnižšej časti, čo znamená, že všade budú rovnaké.

Potom je už ľahké určiť maximálne napätie. Aha, zvislá zložka napätia je podľa obrázku hore rovná tiaži lana medzi daným miestom a najbližším najnižším bodom lana. Takže najväčšie napätie musí byť pri stožiaroch. Veľkosť maximálneho napätia F pritom je $F = F_y / \sin \alpha$. Uhol α viem odmerať, však moje lanko je geometricky podobné s drôtom. Nuž a sila F_y má podľa predošlých argumentov veľkosť tiaže polovice drôtu medzi 2 stožiarimi, čiže $F_y = Sl\rho g/2$. Medza pevnosti lana je $\sigma_t S$. V zadaní požadovaný pomer sa nazýva koeficient bezpečnosti, označím ho K , a rovná sa $K = \frac{\sigma_t S}{F} = \frac{2\sigma_t}{l\rho g} \sin \alpha$.

Moje meranie: Zobral som si pevný špagát a upevnil ho na vrch 2 zárubní vo vzdialenosti $L' = (756,5 \pm 0,3) \text{ cm}$. Previsnutie lana som potom úmerne tomu nastavil na hodnotu $(H - h)' = L'/L (H - h) \approx 37,8 \text{ mm}$. Pri tomto previsnutí som si pravítkom spravil dotyčnicu v bode úchyty a vo veľkom pravouhlom trojuholníku zmeral odvesny. Získal som tak uhol v bode úchyty $\alpha = (11,1 \pm 0,2)^\circ$. Potom som si urobil na špagáte značky v miestach uchytenia a položil ho na zem. Natiahol som ho približne rovnakou silou ako keď visel a zafixoval. Zmeral som jeho dĺžku $l' = (762,6 \pm 0,5) \text{ cm}$.

Moje výsledky: Dĺžka potrebných drôtov je $(181,45 \pm 0,2) \text{ km}$. Dĺžka drôtov zistená analytickým výpočtom pre dokonale ohybné nenatiahovateľné lano je $181,194 \text{ km}$. Rozdiel je spôsobený chybou metódy a „nedokonalosťou“ použitého materiálu. Koeficient bezpečnosti mi vyšiel $K = (6,54 \pm 0,13)$.

Hodnotenie: Za riešenie dĺžky priblížením lomenej čiary sa dal dostať celý 1 bod, priblíženie kružnicou alebo parabolou mohlo získať 2 body. Za správne určené maximálne mechanické napätie v drôtoch sa dalo pri aproximácii lomenou čiarou získať 1,5 bodu, kružničiar/paraboliaci mohli získať 2 body. Viac ako 4 body sa dali získať použitím postupu, kde sa dá chyba rozumne odhadnúť – najjednoduchšie experimentom.

Dodatok č.1: Pri riešení sme využili predpoklad, že prierez drôtov je konštantný.

Dodatok č.2: Schéma nášho riešenia pozostávala s rozdelenia úlohy na experimentálnu a teoretickú časť, pričom sme použili nejaký model lana (dokonale ohybné, nenatiahovateľné). Vôbec sme však neoverili, či náš model súhlasí s experimentom. Tento prístup je v experimentálnej praxi bežný, takže neostáva vám iné ako si zvykať ☹.

Dodatok č.3: Môžeme si všimnúť, že mechanické napätie v drôtoch je prakticky konštantné, lebo veľkosť maximálneho napätia F je skoro rovnaká ako veľkosť vodorovnej zložky F_x . Ak by sme teda chceli zarátať aj natiahnutie drôtov, tak môžeme s veľmi dobrou

presnosťou napísať rovnosť $d = l / \left(1 + \frac{\sigma_t}{KE}\right)$, kde d je dĺžka drôtov v nenatiahnutom stave

a $E = 130 \text{ MPa}$ je Youngov modul pružnosti medi. Natiahnutie vplyvom mechanického napätia v drôtoch je približne $0,053 \%$ a celková potrebná dĺžka reálnych vodičov je preto asi o 100 m menšia.

Dodatok č.4: Laná v ideálnom prípade nevisia ani ako lomené čiary, ani ako kružnicové oblúky, ani ako časti paraboly. Pre málo prehnuté laná sú tie priblíženia kružnicou a parabolou dosť úspešné, avšak v skutočnosti visia ideálne laná ako kosínus hyperbolický...

⁸ Zvolil som si teda koeficient podobnosti $k = 1/100$.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii letného semestra 24. ročníka

Meno	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	B-1.5	☺	Σ1
1 Kováč Ondrej	GsvCaM	–	4,50	4,50	5,00	4,00	–	18,00
2 Vlček Andrej	EvSŠ Lipt. Mikuláš	2,00	–	5,00	5,00	4,50	–	16,50
3 Ficková Klára	G KE Poštová	4,00	4,50	3,50	4,00	–	–	16,00
4 Pločeková Andrea	G Piešťany	–	4,70	2,50	3,40	4,50	–	15,10
5 Bučková Lucia	G Piešťany	–	5,00	2,50	3,40	4,00	–	14,90
6 Švančara Patrik	G E. Štúra Trenčín	4,00	2,00	4,00	3,00	3,50	–	14,50
7 Kosec Peter	G E. Štúra Trenčín	4,00	5,00	1,00	3,00	2,00	–	14,00
8 Bogárová Zuzana	G E. Štúra Trenčín	–	5,00	4,90	2,00	1,00	–	12,90
9 Horňák Marián		4,00	4,50	0,50	3,00	–	–	12,00
Savinec Michal	GPH Michalovce	3,50	5,00	1,00	1,50	2,00	–	12,00
11 Kireš Jakub	G KE Poštová	3,80	3,50	2,00	2,00	2,50	–	11,80
12 Kubincová Petra	ŠPMNDAG	–	5,00	3,50	3,00	–	–	11,50
Pálenik Juraj	ŠPMNDAG	–	4,00	3,50	3,00	1,00	–	11,50
14 Pistráková Alexandra	G KE Poštová	3,50	2,50	3,50	1,00	1,50	0	11,00
15 Mrocková Mária	G BA J.Hronca	–	5,00	3,00	–	2,50	–	10,50
16 Heželyová Slávka	ŠPMNDAG	–	5,00	0,00	5,00	–	–	10,00
Večerík Matej	ŠPMNDAG	–	5,00	0,00	5,00	–	–	10,00
18 Ďuratný Miloslav		1,50	3,00	4,00	0,10	1,00	–	9,50
Faguľová Kristína	G KE Poštová	4,00	3,50	1,00	1,00	–	–	9,50
Komanová Kristína		4,00	3,50	0,00	–	2,00	–	9,50
21 Galovičová Soňa	G ZA Okružná	4,00	5,00	–	–	–	–	9,00
Guričan Pavol	G BA Grösslingova	–	5,00	0,00	4,00	–	–	9,00
23 Lami Jozef	G KE Poštová	4,00	0,30	3,50	1,80	–	1	8,60
24 Kögler Pavol	G Galanta	1,00	4,50	0,00	1,00	2,00	–	8,50
Mikulaj Pavol		4,00	4,00	0,00	0,50	–	–	8,50
26 Jančo Tomáš	G E. Štúra Trenčín	–	2,50	2,00	0,90	3,00	–	8,40
27 Santer Jakub	GMH	–	4,00	2,00	–	2,00	–	8,00
28 Masár Juraj	G Bilíkova	–	4,50	0,00	3,40	–	–	7,90
Trousilová Jitka		1,50	–	2,00	3,40	1,00	–	7,90
30 Múthová Denisa	G Bil, Žilina	–	5,00	0,00	0,80	2,00	–	7,80
31 Baxová Zuzana		2,00	3,50	–	1,00	–	–	6,50
Erdődyová Lívia	GPH Michalovce	1,50	4,00	–	1,50	1,00	–	6,50
33 Kramárik Lukáš	G E. Štúra Trenčín	–	2,00	0,00	1,00	3,20	–	6,20
34 Kopf Michal	G Opava	3,80	3,50	–	1,30	–	3	5,60
35 Bartko Matúš	G E. Štúra Trenčín	–	1,00	0,00	0,20	3,50	–	4,70
36 Bohiniková Alžbeta	G BA Grösslingova	–	3,50	0,00	–	–	–	3,50
Dzurjová Silvia	GPH Michalovce	–	–	0,00	3,50	–	–	3,50
38 Vranák Daniel		1,50	0,50	0,00	1,00	0,00	–	3,00
39 Dobrotka Matúš	G BN Bánovce	0,50	2,00	0,00	0,10	0,00	–	2,60
40 Čurmová Zuzana	GPH Michalovce	1,50	–	0,00	–	–	–	1,50
41 Čurmová Jaroslava	GPH Michalovce	–	0,50	–	0,50	–	–	1,00