FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. kolo zimnej časti 24. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2008/2009
termín odoslania riešení
18. 11. 2008 (Pozor je to utorok!) **www.fks.sk**

FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

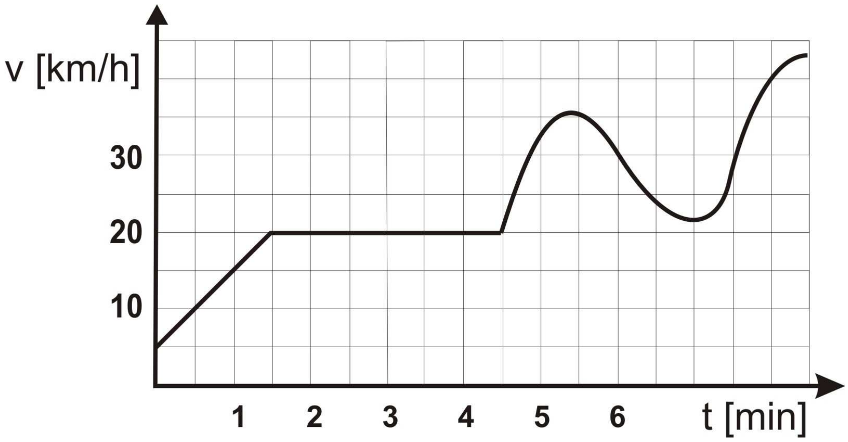
B-2.1 Slamky (4 body, riešia len prváci)
Piť slamkou, to dokáže každý. Mal som takého spolužiaka, ktorý sa volal Marján a občas som ho úplne nechápal, ale ešte aj on to dokázal. Skúste však nasledujúci experiment: Dajte si slamky do úst dve, pričom iba jedna z nich skončí v nápoji, koniec druhej ostane voľne vo vzduchu. Dá sa takýmto spôsobom piť? Podeľte sa s nami o výsledky vášho experimentu. Prečo je to tak?

B-2.2 Pííí (5 bodov)
Z ľubovoľného počtu odporov o veľkosti 1 Ω vyrobte schému, ktorej odpor sa od hodnoty $\pi\,\Omega$ nebude líšiť o viacej ako $\frac{1}{1000}\Omega$. Okrem toho 5 bodový bonus dostane od nás ten riešiteľ, ktorý takúto schému vymyslí s použitím čo najmenšieho počtu odporov.

B-2.3 Grafy (6 bodov)
Medzi múdrosti fyzikálne vzdelaných starých mám patrí fakt, že ak graf zobrazuje závislosť rýchlosti od času, tak plocha pod týmto grafom odpovedá prejdenej dráhe.

a) (1 bod) Vyslovte presnú formuláciu tejto múdrosti - ktorá plocha a ktorej dráhe odpovedá?
b) (2 body) Prečo je to tak?
c) (1 bod) Určte, akú dráhu medzi časmi 1min a 8min prešlo auto, ktorého rýchlosť je zaznamenaná v grafe.
d) (2 body) Funguje podobná finta aj pokiaľ by sa jednalo o graf závislosti rýchlosti od polohy? Ako v tomto prípade určiť dráhu alebo čas prislúchajúci nejakému úseku na x-vej osi?

Všetky tvrdenia sa samozrejme vzťahujú na jednorozmerný pohyb - napr. pohyb auta po ceste.



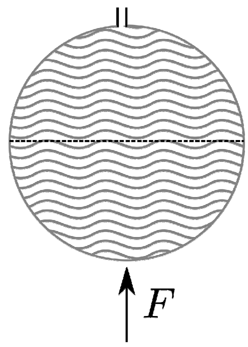
B-2.4 Šmuhy (5 bodov)

Keď sa gumené koleso šúcha po ceste (teda, neotáča sa, ale prešmykuje), vznikajú na ceste čierne šmuhy. Podobné čierne šmuhy vznikajú na pristávacích dráhach lietadiel. Zaujímavé je, že šmuha vznikne len na začiatku pristávacej dráhy a ďalej už nie.

a) (2 body) Prečo je to tak?
b) (3 body) Aká dlhá je šmuha, ak hmotnosť lietadla je $M = 40$ton, rýchlosť lietadla pri pristávaní $v = 250$km/h, polomer kolesa $r = 0.5$m, hmotnosť kolesa $m = 50$kg, moment zotrvačnosti kolesa $I = 1/2mr^2$ a koeficient trenia medzi kolesom a vozovkou $f = 0.5$?

Predpokladajte, že hneď po dosadnutí tlačí lietadlo na vozovku práve svojou váhou a počas tvorenia šmuhy nespomaľuje brzdením o vzduch.

B-2.5 Úplne iná voda (5 bodov)



Máme dve duté nehmotné polgule. Dáme ich k sebe - tak, ako na obrázku. Do výsledného čuda dáme vodu, pričom hornú polguľu zafixujeme, aby sa nehýbala a navŕtame zhora do nej maličkú dierku, tak aby hore bol atmosférický tlak. Otázka je, akou silou F treba teraz pritláčať spodnú polguľu tak, aby ostala pricapená na vrchnej? Boris si myslí, že táto sila by mala byť rovná tiaži vody uzavretej vo vnútri, keďže úlohou tejto sily neni nič iné ako udržať vodu na mieste. Je jeho úvaha správna? Ak nie, je výsledok väčší alebo menší ako táto hodnota?

Bonusová úloha: Koza

Koza stojí v poli. Koľko stoja tri kozy? Úlohu riešte pre všeobecné hodnoty r, n a α.

Tento seminár podporujú
KTFDF FMFI UK,
JSMF,
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo zimnej časti 23. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2008/2009
termín odoslania riešení
8. 12. 2008

www.fks.sk

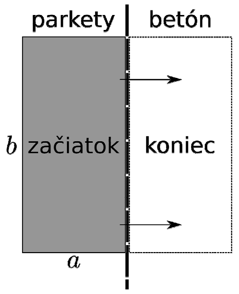
FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

B-3.1 Spotrebná úloha (4 body, riešia len prváci)

Kamoš má také super auto, ktoré má namakaný digitálny displej, kde mu ukazuje všetky možné údaje, ktoré by ho mohli zaujímať: Ako rýchlo ide, aké sú otáčky motora, koľko ľudí je v aute a akého sú pohlavia, kde stojí najbližšia policajná hliadka, v akom okruhu sa nenachádza štýlovejšie auto ako to jeho a mnohé iné. Zaujímavý je údaj o spotrebe. Keď auto stojí, ale ide na voľnobeh na displeji svietila spotreba 0.6 litra / hodinu. Keď sme sa pohli rovnomerným pohybom z mierneho kopca, pričom sme šli stále na voľnobeh (čiže motor pracoval s rovnakým výkonom ako pri státí) domýšľavá elektronika spotrebu okamžite prerátala a na palubnej doske zasvietil údaj 1.1liter / 100km. Ako rýchlo sme išli z kopca?

B-3.2 ...**bavlnená tkanina pôvodom z Orientu, originálne slúžiaca na dekoráciu stien, neskôr používaná na pokrývanie dlážok plniac najmä hygienickú, tepelnoizolačnú a dekoratívnu funkciu (5 bodov)**

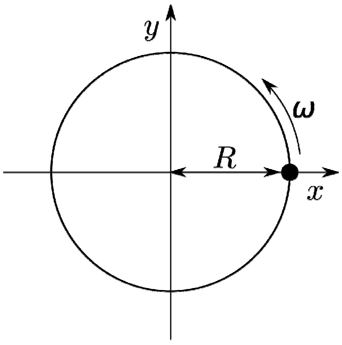
Koberec je položený na parketách, po ktorých sa pohybuje s trením f_1. Zarovno s parketami je betónová podlaha po ktorej sa koberec pohybuje s trením f_2. Vodorovným ťahaním chceme koberec presunúť z parkiet na betón. Koľko práce na to budeme potrebovať? Koberec má rozmery obdĺžnika a x b, hmotnosť m, a pohyb, ktorý chceme vykonať je znázornený obrázkom.



B-3.3 Obyčajný pohyb po kružnici (6x1 bod)

V klasickej súradnicovej sústave máme nakreslenú kružnicu s polomerom R. Na nej, v bode $[R,0]$ sa nachádza hmotný bod s hmotnosťou m, ktorý sa v čase $t = 0$ začne pohybovať otáčavým pohybom, s konštantnou uhlovou rýchlosťou ω, proti smeru hodinových ručičiek.

a) Akú veľkú časť kružnice (v uhlových jednotkách) má hmotný bod prejdenú v čase t? (v čase 0 mal prejdených 0 radiánov)
b) Aké sú súradnice x, y bodu v čase t?
c) Aká veľká sila F je potrebná na to, aby sa bod pohyboval popísaným spôsobom? Aký je jej smer?
d) Ak silu vyrátanú v bode c) rozložíme na x-ovú a y-ovú zložku, aká veľká bude x-ová zložka? Inými slovami ako vyzerá závislosť $F_x(t)$ t.j. x-ovej zložky sily od času?
e) Ako vyzerá F_x v závislosti od x, teda $F_x(x)$?
f) Ako pomocou a) - e) vyšetriť pohyb hmotného bodu viazaného na x-ovú os, na ktorý pôsobí sila $F(x) = -k.x$ kde k je nejaká kladná konštanta?



B-3.4 Kosa z nosa (5 bodov)

Keď v lete na kúpalisku vyjdem z vody, je mi zima napriek tomu, že teplota okolitého vzduchu je väčšia, ako tepota vody, ktorá ma obklopovala dovtedy. Prečo je to tak? Vysvetlite tento jav z mikroskopického hľadiska (z hľadiska pohybu molekúl vody resp. vzduchu)

B-3.5 Dúfam, že všetci máte nainštalovaný Excel[1]... (6 bodov)

...pretože ak nie, ste masochisti, pre riešenie nasledujúcej úlohy ho budete potrebovať. Z vraku športového auta vytiahli čiernu skrinku, ktorá obsahuje údaje o tom, čo sa stalo pred haváriou. Konkrétne, obsahuje údaje o zrýchlení auta v každej sekunde. Za koncom zadania nasleduje 300 čísel[2] ktoré sú zrýchlenia auta v ms^{-2} za posledných 5 minút jazdy, každé číslo odpovedá priemernému zrýchleniu v jednej sekunde, prvé číslo - prvá sekunda, atď... Z čiernej skrinky sme sa tiež dozvedeli, že pred 5 minútami bol vypnutý motor a auto teda s najväčšou pravdepodobnosťou stálo.

Zistite:

a) (2body) Akú dlhú dráhu auto za posledných 5 minút prešlo?
b) (1bod) Akú maximálnu rýchlosť pri svojom pohybe dosiahlo?
c) (2body) Akú rýchlosť malo auto v polovici prejdenej dráhy?
d) (1 bod) Snažil sa vodič tesne pred nárazom zabrzdiť?

Snažte sa o čo najpresnejší výsledok.

```
0 0 0 0 0 0.06 0.16 0.25 0.34 0.41 0.48 0.54 0.6 0.65 0.69 0.73 0.77 0.8
0.82 0.84 0.86 0.88 0.89 0.9 0.91 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92
0.91 0.91 0.91 0.9 0.9 0.89 0.89 0.89 0.89 0.88 0.88 0.88 0.88 0.88 0.89
0.89 0.89 0.9 0.9 0.91 0.91 0.92 0.93 0.94 0.95 0.96 0.97 -0.02 -0.01 0
0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.07 0.08 0.09 0.09 0.09 0.1 0.1 0.1
0.1 0.1 0.1 0.09 0.09 0.09 0.08 0.07 0.06 0.04 0.02 0 -0.02 -0.04 -0.06
-0.08 -0.1 -0.12 -0.14 -0.16 -0.18 -0.19 -0.21 -0.23 -0.25 -0.26 -0.28
-0.29 -0.31 -0.32 -0.33 -0.34 -0.35 -0.36 -0.37 -0.37 -0.38 -0.38 -1.39
-1.39-1.39 -1.39 -1.39 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4
-1.4 -1.4 -1.41 -1.41 -1.41 -1.42 -1.43 -1.43 -1.44 -1.45 -1.46 1.1 1.1
1.09 1.09 1.08 1.08 1.07 1.07 1.06 1.05 1.04 1.03 1.02 1.01 1 0.99 0.98
0.97 0.96 0.95 0.94 0.94 0.93 0.92 0.92 -0.09 -0.09 -0.1 -0.1 -0.1 -0.1
-0.1 -0.1 -0.09 -0.09 -0.09 -0.08 -0.08 -0.07 -0.06 -0.05 -0.04 -0.03
-0.02 -0.01 0 0.01 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.08 0.09 0.09 0.1
0.1 0.11 0.11 0.12 0.12 0.12 0.12 0.13 0.13 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.11
0.11 0.11 0.1 0.1 0.09 0.09 0.09 0.08 0.08 0.08 0.07 0.07 0.07 0.07 0.07
0.08 0.08 0.08 0.09 0.09 0.1 0.11 0.12 0.13 0.15 0.16 0.17 0.19 0.21 0.22
0.24 0.26 0.28 0.3 0.33 0.35 0.37 0.39 0.41 0.44 0.46 0.48 0.55 0.56 0.57
0.58 0.58 0.59 0.59 0.6 0.6 0.6 0.6 0.6 0.6 0.6 0.59 0.59 0.58 0.58 0.57
0.56 0.55 0.55 0.54 0.53 0.52 0.51 0.5 0.49 0.48 0.47 0.46 0.45 0.44 0.43
0.43 0.42 0.41 0.41 0.41 0.4 -4.1 -8.1 -9.1 -8.5
```

Tento seminár podporujú

KTFDF FMFI UK,

JSMF,

iuventa

[1] Alebo OpenOffice, alebo hociaký iný aspoň trochu rozumný tabuľkový editor

[2] Na stránke nájdete čísla v Excelovskej tabuľke, alebo si ich môžete tiež "copypastnúť" z elektronickej verzie zadaní.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
B – kategória (mladší)
24. ročník
zimný semester
školský rok 2008/2009

www. **.sk**

FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

B-1.1 Ručičky (opravovala Halucinka)

Sekundová ručička hodiniek je dlhá 12 cm, minútová 8 cm. V akom pomere sú rýchlosti ich koncových bodov?

Označme si dĺžku minútovej ručičky ako *R*. Sekundová ručička má dĺžku $\frac{3}{2}R$. Zo skúsenosti vieme, že obe ručičky by sa mali pohybovať rovnomerným pohybom po kružnici. Koncový bod sekundovej ručičky prejde za 60 sekúnd dráhu kružnice s polomerom $\frac{3}{2}R$, to je $2\pi\frac{3}{2}R$. Rýchlosť sekundovej ručičky si teda vyjadríme pomocou toho, akú dráhu prejde za konkrétny čas. Vieme, že prejde $2\pi\frac{3}{2}R$ za 60 sekúnd, teda $u = \frac{2\pi\frac{3}{2}R}{60s}$.Koncový bod minútovej ručičky prejde za 60 minút, t.j. za 3600 sekúnd dráhu kružnice s polomerom *R*, teda $2\pi R$. Rýchlosť minútovej ručičky si vyjadríme podobne$v = \frac{2\pi R}{3600s}$. Teraz nám stačí tieto dve rýchlosti dať do pomeru:

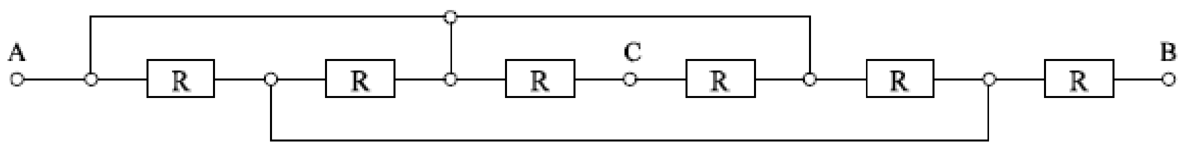
$$\frac{u}{v} = \frac{\frac{2\pi\frac{3}{2}R}{60s}}{\frac{2\pi R}{3600s}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{60}} = \frac{90}{1}$$

Sekundová ručička má 90krát väčšiu rýchlosť ako minútová ručička.

Celé sa to dá povedať aj v skratke, bez vzorcov:
Sekundová ručička je jeden a pol krát dlhšia ako minútová. Keďže obvod kruhu vypočítame ako 2π*R*, kde *R* je jeho polomer, bude obvod kruhu opísaného sekundovou ručičkou tiež jeden a pol krát dlhší ako obvod kruhu opísaného minútovou ručičkou. Navyše, za hodinu svoj kruh opíše minútová ručička len raz, zatiaľ čo seundová ho opíše 60 krát. Jej koniec teda prejde za ten istý čas 1,5*60 = 90 krát väčšiu dráhu. Musí sa preto hýbať 90 krát rýchlejšie.

B-1.2 Odpory (opravovali Katka a Samo, vzorák Samo)

Zrátajte odpor medzi bodmi A a B na obrázku. Ako by sa odpor zmenil, keby sme vodivo spojili ešte aj uzly C a B?

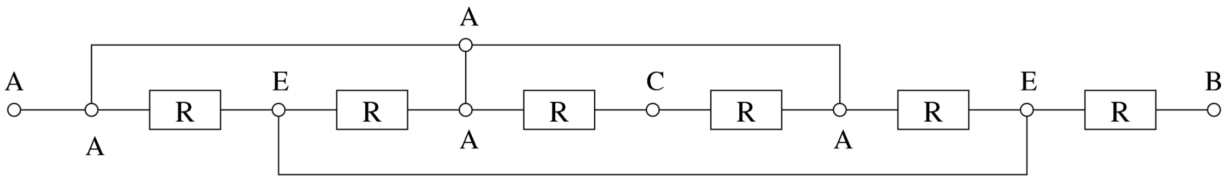


K správnemu riešeniu tejto úlohy viedli dve cesty. Jednou z nich bolo napísať si Kirchhoffove zákony, tĺcť do výslednej škaredej sústavy rovníc a tešiť sa z troch stránok popísaného papiera. Kirchhoffove zákony sú metóda, ktorá zaručene zaberie na ľubovoľný elektrický obvod, no v tomto príklade sa im dalo vyhnúť a nájsť kratšie a elegantnejšie riešenie. Poďme si to riešenie ukázať!

Hlavná myšlienka celého riešenia je založená na uvedomení si faktu, že rôzne časti elektrického obvodu s rovnakým potenciálom možno zlúčiť do jedného bodu bez toho, aby sa čokoľvek zmenilo. To by nám s trochou šťastia malo pomôcť obvod zjednodušiť natoľko, že ho budeme vedieť bez problémov spočítať.

Ktoré body v obvode však majú rovnaký potenciál? Napríklad body spojené vodičom bez odporu. Uvedomme si, že keby dva body, medzi ktorými by bolo nenulové napätie, boli spojené bezodporovým vodičom, musel by medzi nimi tiecť nekonečne veľký prúd, ktorý by spôsoboval hromadenie nekonečného množstva náboja... proste, slovami poeta, celé zle.

Ak vezmeme obrázok zo zadania a označíme si rovnakým písmenkom body spojené vodičom, dostaneme podobnú schému ako na obrázku 1.

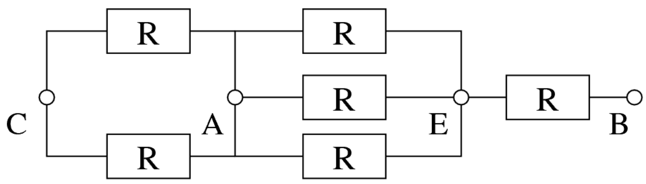


Obr. 1: Schéma odporov zo zadania

Pozorne sa zadívame na obrázok a pre každý odpor si zapíšeme, ktoré dva vrcholy spája. Poďme zľava doprava:

- A spojené s E odporom R
- E spojené s A odporom R
- A spojené s C odporom R
- C spojené s A odporom R
- A spojené s E odporom R
- E spojené s B odporom R

Premenili sme takto náš obrázok na slovný popis, ktorý nám jednoznačne[3] určuje obvod. Teraz podľa tohto popisu zakreslíme novú schému obvodu, avšak tentokrát nedovolíme existenciu dvoch rôznych bodov s rovnakým označením. Dostaneme nasledovný obrázok:



Obr. 2: Prekreslená schéma po zlúčení bodov rovnakého potenciálu

Táto schéma spĺňa slovný popis, ktorý sme vytvorili a preto je ekvivalentná so schémou zo zadania. S touto schémou sa však pracuje oveľa jednoduchšie ako s pôvodnou.

Ľahko si všimneme, že pri riešení prvej podúlohy môžeme uzol C ako aj oba odpory ktoré ho napájajú na A z obvodu beztrestne vystrihnúť a potom už znalí počítania odporov paralelného a sériového zapojenia rýchlo vytušíme, že odpor medzi bodmi A a E má veľkosť $\frac{1}{3}R$ a celkový odpor medzi bodmi A a B je $\frac{4}{3}R$.

No a ako by sa odpor zmenil, keby sme vodivo spojili aj body C a B? Odpory medzi bodmi A a B ešte pred spojením bodov B a C môžeme nahradiť jedným odporom $\frac{4}{3}R$. Potom

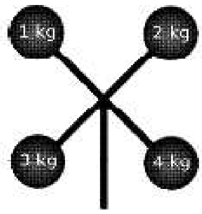
3 Jednoznačne z hľadiska Kirchhoffových zákonov, prúdov a potenciálov a vôbec všetkého na čom záleží. Nie jednoznačne z hľadiska umeleckého dojmu ktorým schéma pôsobí.

podľa našej schémy by k súčasnému odporu $\frac{4}{3}R$ pribudla ešte jedna paralelná vetva s odporom $\frac{1}{2}R$ (odpor medzi bodmi A a C). Výsledný odpor by teda bol $\frac{4}{11}R$.

Úspešne sme zrátali obe časti úlohy a môžeme sa pustiť do opravovania riešení, ktoré ste nám poslali. Nenechali ste sa zahanbiť a väčšina z vás za tento príklad získala plný počet. V riešeniach niektorých z vás, ktorý plný počet nezískali, sa často vyskytovala úvaha, že prúd si vyberá cestu najmenšieho odporu. To ale vôbec nie je pravda. Prúd si nevyberá cestu, prúd tečie všetkými cestami. Niektorí z vás sa toto tvrdenie snažili obhájiť analógiou s vodou, podotknime teda ešte, že ani pri vode toto tvrdenie neplatí. Keď máme plný bazén vody a začneme ho vypúšťať dvoma rúrkami, tenkou a hrubou, voda bude vytekať oboma.

S trpezlivým čitateľom, ktorý prečítal a pochopil celý tento vzorák (zdravíme Miša Hojčku) sa lúčime a želáme mu veľa šťastia pri ďalšom riešení nášho seminára.

B-1.3 Vrtuľa (opravovali Bea a Judita, vzorák Bea)



Majme pravidelnú vrtuľu so štyrmi lopatkami, ktorá sa otáča vo vertikálnej rovine. Pravidelná je však len naoko, na koncoch jej lopatiek sú pripevnené závažia s hmotnosťami 1, 2, 3 a 4 kg. Vrtuľa sa otáča bez trenia.
a) Ako vyzerá stabilná poloha vrtule?
b) Vrtuľu sme roztočili. Pri svojom pohybe dosahuje minimálnu uhlovú rýchlosť ω_{min}. Akú maximálnu uhlovú rýchlosť dosahuje?

Mám pre vás skvelý kšeft. Mám pre vás ponuku dva v jednom. Dva postupy v jednom vzoráku ;-) Druhý je elegantnejší, ale nadväzuje na prvý.

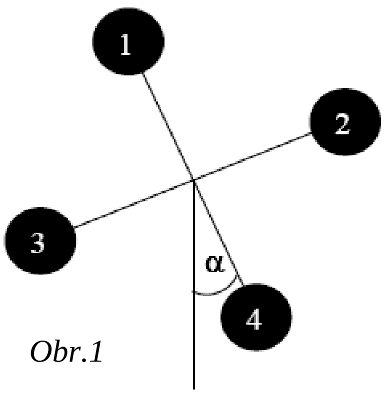
I. a) V stabilnej polohe musí byť celkový moment sily pôsobiaci na vrtuľu nulový (aby sa nezačala roztáčať). Sčítame teda momenty tiažových síl všetkých závaží:

$$M = gm_0(x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4) \Rightarrow (x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4) = 0 \qquad (1)$$

Pre každé závažie je x rameno momentu tiažovej sily (vpravo(+) a vľavo(-) od stredu vrtule), m_0 predstavuje hmotnosť 1 *kg*. Ak si označíme dĺžku lopatiek ako l a uhol medzi zvislicou a lopatkou držiacou štvrté závažie ako α, môžeme si rovnicu (1) prepísať a vyriešiť pre α.

$$l.\sin\alpha + 3l\cos\alpha = 2l\cos\alpha + 4l\sin\alpha$$
$$3\sin\alpha = \cos\alpha$$
$$tg\alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha_1 = 18.43^\circ \qquad (2)$$
$$\text{alebo} \qquad \alpha_2 = 198.43^\circ$$

Vyšli nám dve hodnoty uhla α, v ktorých na vrtuľu nepôsobí žiaden moment sily (teda je v rovnovážnej polohe). Letmým pohľadom na obrázok zistíme, že pri uhle α_1 bude závažie 4 niekde dole (podobne ako na obrázku 1), pri α_2 bude niekde hore. Je teda jasné, že poloha pri uhle α_2 bude labilná, stabilnou bude poloha keď je vrtuľa natočená na $\alpha_1 \approx 18{,}43°$.



Obr.1

b) Predstavte si na chvíľu, že točíte na špagáte jablko vo vertikálnom smere. Jablko pri smere krúženia smerom dole zrýchľuje až do najnižšej polohy, potom začne spomaľovať až kým sa nedostane na najvyššie miesto, potom znova zrýchľuje nadol, atď. O čo mi ide? Aby bolo názornejšie to, že keď je jablko v najvyššej polohe, má určitú polohovú energiu. Keď sa jablko dostáva do najnižšieho bodu svojej dráhy, polohová energia sa znižuje. Tento úbytok sa zmení na kinetickú energiu a zvýši sa rýchlosť pohybu jablka. Jablko tak v najnižšom bode nadobudne najväčšiu rýchlosť. V najvyššom bode bude tomu naopak. Majme 4 takéto jablká, pevne upevnené na vrtuli s ramenom *l*, vážiace 1,2,3 a 4 kilá☺. Jéjda, veď o tom tu už dnes bola reč.

Kedy bude mať naša vrtuľa najväčšiu a kedy najmenšiu polohovú energiu? Najmenšiu samozrejme pri uhle α_1 a najväčšiu pri uhle α_2! (Rozmyslite si prečo. Konkrétne si rozmyslite, prečo musí byť v polohe s najvyššou resp. najnižšou energiou celkový moment síl nulový.) Preto bude mať pri uhle α_1 najväčšiu uhlovú rýchlosť ω_{max} a uhle α_2 najmenšiu, ω_{min}. Stačí si už len napísať rovnicu pre celkovú energiu sústavy v polohe 1, ktorá sa rovná energii v polohe 2. Pri kinetickej energii pôjde o rotačnú energiu a závažia budeme považovať za hmotné body. Za nulovú hladinu potenciálnej energie považujme stred vrtule.

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2} \tag{3}$$

$$E_{p1} = m_0 gl(\cos\alpha_1 + 2\sin\alpha_1 - 3\sin\alpha_1 - 4\cos\alpha_1)$$

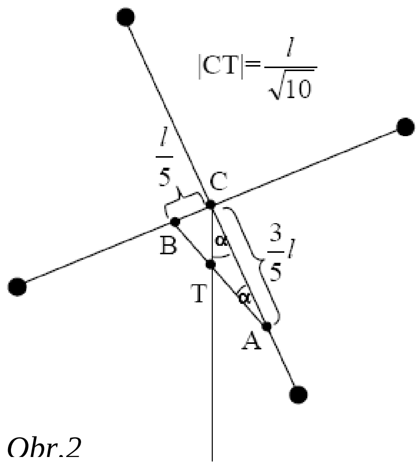
$$E_{p2} = m_0 gl(3\sin\alpha_2 + 4\cos\alpha_2 - \cos\alpha_2 - 2\sin\alpha_2)$$

$$E_{k1} = \frac{1}{2} m_0 l^2 \omega_{\max}^2 (1+2+3+4) \qquad E_{k2} = \frac{1}{2} m_0 l^2 \omega_{\min}^2 (1+2+3+4)$$

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_{\min}^2 + \frac{1{,}264.g}{l}} \tag{4}$$

Teraz to sľubované druhé riešenie.

II. a) Vrtuľa bude v stabilnej polohe vtedy, keď celá ako taká zaujme polohu s najmenšou možnou energiou. Keďže sú všetky závažia pevne naviazané na vrtuľu a ako celok je vrtuľa jedno tuhé teleso, vieme, že ju pre naše účely môžeme nahradiť jediným hmotným bodom – nachádzajúcim sa v jej ťažisku a s hmotnosťou pôvodnej vrtule. Toto ťažisko chce zaujať polohu s najmenšou možnou energiou, a už aj malé decko vie, že taká poloha je presne pod stredom vrtule. Stačí nám už len nájsť polohu ťažiska.



Obr.2

To si môžeme nájsť pomocou čiastočných ťažísk (Obr.2). Zoberme napríklad závažia 1 a 4, nájdeme ich spoločné ťažisko A (čo je v pätine ich vzdialenosti od 4), ktoré má teraz hmotnosť 5 kíl (súčet oboch závaží). To isté spravíme so závažiami 2 a 3. Ich spoločné ťažisko B bude v dvoch pätinách vzdialenosti od závažia 3 a bude tiež vážiť 5 kg. Zoberieme polohu oboch nových ťažísk, a keďže sú rovnako ťažké, výsledné ťažisko T bude presne v strede medzi nimi. Ak označíme stred vrtule C, trojuholník ABC bude pravouhlý, a keďže T je v strede jeho prepony, ATC bude rovnoramenný. Uhol α potom jednoducho zistíme z trojuholníka CTA:

$$tg\alpha = \mathrm{tg}\,|\angle CAB| = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = 18.41^\circ .$$

Z toho istého trojuholníka vieme zistiť dĺžku |CT| = $\frac{l}{\sqrt{10}}$.

b) Keď sme si vrtuľu nahradili jediným hmotným bodom, teraz už naozaj pôjde o jedno krútiace sa jablko. To jablko bude 10kilové a bude ním práve ťažisko vrtule.

Znova si môžete prečítať prvý odsek v predošlej časti b)...Máte? Tak teraz môžeme robiť presne to isté, čo je napísané za ním, ale len s jedným telesom, ktorého dĺžka ramena je |CT|. Do rovnice (3) teda dosadím tieto energie:

$$E_{p1} = -10 m_0 g \frac{l}{\sqrt{10}} \qquad E_{p2} = 10 m_0 g \frac{l}{\sqrt{10}}$$

$$E_{k2} = \frac{10}{2} m_0 l^2 \omega_{\min}^2 \qquad E_{k1} = \frac{10}{2} m_0 l^2 \omega_{\max}^2$$

a riešením znova dostaneme vzťah (4). No nie je to pekné? A viete aké bolo naše triedne motto? „Dnes je ale pekne, však?“ (večne optimistický kolektív 4.B)

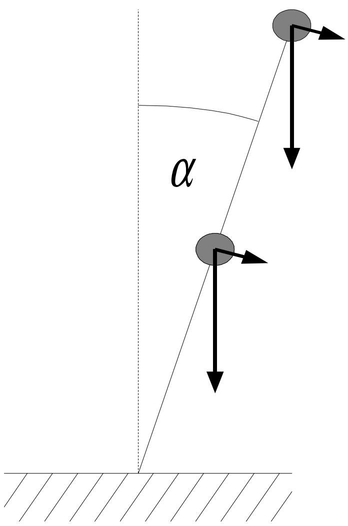
B-1.4 Svoj silný strom niekde nájdem

(Opravoval U$Ama, vzorák Bzdušo)

Predstavte si vysoký štíhly strom, ktorý bol akurát zoťatý. Ako padá k zemi? Je pri tom rovný, prehýba sa smerom k zemi, alebo od zeme?

No, fyzici. Táto úloha vám dala riadne zabrať. Avšak než prejdem k správnemu (priam vzorovému) riešeniu, tak poviem často opakovaný príklad riešenia nesprávneho. Strom v úlohe nebol *vysoký* a *štíhly* len tak náhodou. Malo vás to nabádať k zanedbaniu odporovej sily. Úloha nemala byť o botanickom analyzovaní, ktoré druhy stromov majú hustejšiu korunu hore, ktoré dole. Nemala byť ani o analyzovaní, akej mocnine rýchlosti je úmerná odporová sila. Pri *vysokom* a *štíhlom* strome je totiž jeden výraznejší (a zaujímavejší!) dôvod, prečo sa strom začne prehýbať.

Položme si otázku takto: *Ktorým spôsobom by padal strom, keby sme namiesto vzduchu mali len prázdne vákuum?* Dokonale tuhé teleso by malo padať ako palička.[4] Strom je však dosť pružný a my si ukážeme že *pri páde sa naozaj samovoľne ohne*. Aby som nestratil vašu pozornosť, pod čiarou si môžete prečítať čo?[5]



Spravme si nejaký rozumný model stromu. Je to veľa navzájom pospájaných hmotných bodov. Začneme s dvoma hmotnými bodmi spojenými paličkami so zanedbateľnou hmotnosťou (obrázok vpravo). Sledujme, čo sa bude diať.

Keby na hmotné body pôsobila len tiažová sila, padali by na zem so zrýchlením g. Paličky však nútia dolné teleso pohybovať sa po akejsi kružnici. Jej obvodové zrýchlenie teda bude $g \sin\alpha$ (stačí si rozpísať tiažovú silu do zložky rovnobežnej a kolmej na paličku a uvedomiť si, že obvodové zrýchlenie spôsobuje iba zložka kolmá na paličku).

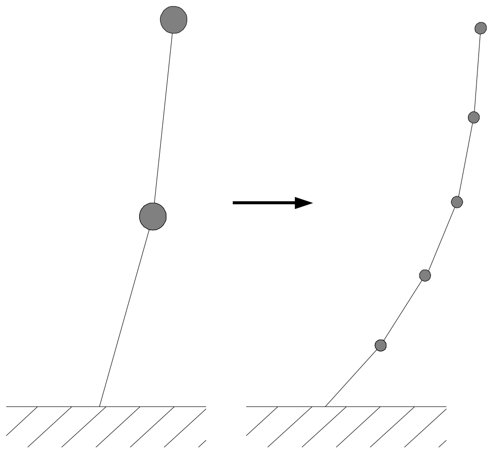
Dôležité pozorovanie je, že pokiaľ by sa strom neohýbal, vyšlo by nám že aj horný bod bude mať rovnaké obvodové zrýchlenie $g \sin\alpha$. Aha! AHA!

[4] Uvedomte si však, že takéto tuhé teleso by nezdeformovala ani odporová sila. Ani nič iné. Všetky skutočné telesá ale majú nejakú (i keď často veľmi malú) pružnosť. No a sami uznajte, že také drevo je vec vcelku ohýbateľná.

[5] Vtip :)

Tá veta je v spore sama so sebou. Ak majú obe telesá rovnaké obvodové zrýchlenie, tak prejdú za istý čas rovnaké dráhy. Tie ale prislúchajú rôznym uhlom (sú totiž od stredu otáčania rôzne ďaleko). Aby sme sa sporu vyhli, musí sa dolná palička nutne vychyľovať o väčší uhol.

Ako tento model súvisí so skutočnosťou?

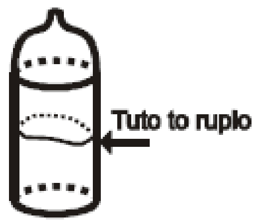


1.) Vďaka pružným silám pri ohýbaní sa stane, že horné teleso bude pri malom ohnutí akosi „dodatočne“ urýchľované, vďaka čomu po istom čase dosiahne príslušnú obvodovú rýchlosť a strom už nebude výrazne meniť tvar. Podobne, spodné teleso bude spomaľované.

2.) Môžeme spraviť lepší model tak, že strom rozdelíme na vééééľmi veľa hmotných bodov pospájaných omnoho kratšími paličkami. Rovnakú úvahu ako doteraz však môžeme spraviť pre každú dvojicu susedných bodov. To znamená že v každom jednom bode sa strom prehne „od zeme“. Takto dostávame spojitejší obrázok, ako padajúci strom asi bude vyzerať.

B-1.5 Keď ju miluješ... (opravoval Robo)

Aký tlak by bol potrebný na to, aby dvojlitrovú fľašu od Kofoly roztrhlo tak ako na obrázku? Potrebné údaje namerajte, alebo nejakým iným spôsobom zistite.



Zdravím všetkých milovníkov hnedastého moku. Jedným zo spôsobov ako úlohu vyriešiť je potrápiť sedací sval a z fyzikálno-materiálových tabuliek, prípadne, ak sa nám nechce navštevovať technickú knižnicu, tak googlením, či zo vševedúcej wikipédie zistiť, že polyetyléntereftalát (známejší pod skratkou PET), teda materiál z ktorého je fľaša vyrobená, má medzu pevnosti $P = 55\text{-}75$ MPa. Inými slovami, na tyč z tohto materiálu s prierezom S je potrebné zapôsobiť silou $p.S$ aby sa priečne roztrhla[6]. Čo do trhania sa naša kofolová fľaša sa správa podobne (rozmyslite si prečo!) ako tyč s prierezom $S' = 2\pi Rh$ kde R je polomer fľaše a h je jej hrúbka. Na jej roztrhnutie teda potrebujeme silu PS'. Táto sila vzniká vo fľaši tak, že tlak p (ten, ktorý hľadáme) pôsobí (a to je dôležité, nie na plochu S', ale) na celú plochu podstavy. Teda $pS = PS'$. Po dosadení konkrétnych hodnôt ($R = 5$cm, $h = 0.2$mm (nech žije mikrometer), za medzu pevnosti berieme stred intervalu) máme $p = 520$ kPa.

Druhým zo spôsobov je rvať do fľaše vzduch kompresorom a pozreť sa kedy rupne :). Priamočiare a efektívne. Má to však tienistú stránu - nemáte pri tom zaručené, že fľaša sa roztrhne ozaj tak ako v zadaní. Preto ste sa ani nevyhli istej bodovej zrážke. Je však príjemné vedieť, že vami zistené údaje (400-417 kPa) celkom slušne korešpondujú s $p = 520$ kPa z prvej časti voráku.

Na záver, tretí spôsob. Vyrežem z plastu malý pásik, povedzme o šírke 3mm. Tento pásik znesie (ako experiment overil) bez zjavného predĺženia zhruba 50N záťaž. Pre zvýšenie akčnosti vzoráku prezradím, že sa jednalo o vedro s 5 a čosi litrami vody. Pre úplnosť ešte dodám, že pásik nakoniec uniesol až 9l vody a teda 90N, to už bol ale značne natiahnutý a fľaša by pri takej deformovanosti pravdepodobne praskla. Preto ďalej budeme pracovať s údajom 50N. Jednoduchá trojčlenka dáva, že fľaša v miestach kde rupla má pevnosť ako 100 (= obvod / 3mm) takýchto pásikov a teda unesie 5 kN. A isto už tušíte, čo bude nasledovať.

---

6 Toto je v podstate definícia medze pevnosti. Zoznámte sa.

Pri prasknutí fľaše túto silu vyvoláva tlak *p* na ploche *S* a dopočítanie dá výsledok p = 640 kPa. Zase oceníme rádovú zhodu s už získanými výsledkami.

Táto úloha, čo ako sa nám zdala pri zadávaní ľahká, dopadla biedne. Tí čo ju zdarne vyriešili to spravili pomocou postupu z prvého alebo druhého odstavca, na tretie riešenie neprišiel okrem Mateja Večeríka nik. A pritom.. Potrebujem zistiť koľko tlaku fľaša unesie? A nemám k dispozícii vhodný kompresor? Tak začnem skúmať ten materiál ako taký a na konkrétne rozmery fľaše to už "dáko prerátam"! Skrátka, pomôžem si ako viem. Je to podobná úvaha ako keď namiesto merania hrúbky listu papiera meriam hrúbku knihy a výsledok delím počtom strán, alebo namiesto merania objemu kvapky si nakvapkám pol deci. Skrátka, meriam to, čo merať viem a k správnemu výsledku sa snažím dostať výpočtom.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii zimného semestra 24. ročníka

	Meno	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	B-1.5	☠	S
1.	Ficková Klára	G KE Poštová	4	6	4.5	3	-	-	17.5
2.	Savinec Michal	GPH Michalovce	4	6	1.8	5	-	-	16.8
3.	Švančara Patrik	G Ľ. Štúra Trenčín	4	6	5	1.5	0.5	-	16.5
4.	Jančo Tomáš	G Ľ. Štúra Trenčín	-	6	2	4	4	-	16
	Kireš Jakub	G KE Poštová	4	6	3.5	1.5	2.5	-	16
	Kopf Michal		4	5.5	3.5	3	-	-	16
7.	Kubincová Petra	ŠPMNDAG	-	6	4	0.7	5	-	15.7
8.	Bogárová Zuzana	G Ľ. Štúra Trenčín	-	6	1.5	4	4	-	15.5
9.	Lami Jozef	G KE Poštová	4	6	3.3	3	-	1	15.3
	Večerík Matej	ŠPMNDAG	-	5.5	3.3	1.5	5	-	15.3
11.	Součková Kamila	Ev. Lýc. BA	4	5	2.8	3	-	1	13.8
12.	Kosec Peter	G Ľ. Štúra Trenčín	4	3	2	0.7	4	-	13
	Kováč Ondrej	GsvCaM	-	6	4	2.5	0.5	-	13
14.	Bartko Matúš	G Ľ. Štúra Trenčín	-	5.5	4	1	2	-	12.5
	Baxová Zuzana		4	5.5	1.8	1.2	-	-	12.5
16.	Pločeková Andrea	G Piešťany	-	5	4.5	1.5	1	-	12
17.	Galovičová Soňa	G ZA Okružná	4	4	3	0.7	-	-	11.7
18.	Bučková Lucia	G Piešťany	-	3.5	4	1.5	2	-	11
	Kramárik Lukáš	G Ľ. Štúra Trenčín	-	6	2	3	-	-	11
	Mrocková Mária	G BA J.Hronca	-	5.5	3.5	2	-	-	11
	Vlček Andrej		4	0.5	4.5	1.5	2	1	11
22.	Makara Ján	GPH Michalovce	4	5	-	0.7	1	-	10.7
23.	Ďuratný Miloslav		4	5	0.5	0.8	-	-	10.3
24.	Kubinová Mária	G POH, Dolný Kubín	-	5.5	2.5	2	-	-	10
	Valová Simona	G Piešťany	-	4	3.5	1.5	1	-	10
26.	Guričan Pavol	G BA Grösslingova	-	6	1.8	2	-	-	9.8
27.	Klembarová Barbora	OG Kukučínova Poprad	4	0.5	2.5	2	0.5	-	9
28.	Múthová Denisa		-	5.5	1	1.5	-	-	8
29.	Kögler Pavol	G Galanta	4	0.5	2	0.7	1	-	7.7
30.	Pálenik Juraj	ŠPMNDAG	-	4	2	1.5	0	-	7.5
31.	Faguľová Kristína	G KE Poštová	4	0	0.8	1.5	0.5	-	6.8
32.	Chlapečka Adam	G Ľ. Štúra Trenčín	4	3	-	0.7	-	1	6.7
	Kmeťová Katarína	OG Kukučínova Poprad	4	-	2	0.7	-	-	6.7
34.	Marečáková Barbora	OG Kukučínova Poprad	3.5	0.5	-	2	0.5	-	6.5
35.	Dobrotka Matúš	G BN Bánovce	4	0.5	1	0.7	0	-	6.2
	Mikulaj Pavol		4	0.7	-	1	0.5	-	6.2
37.	Chudá Tatiana	G Piešťany	-	3.5	2	1.5	-	1	6
	Fecková Daniela	G BA Pankúchova	4	-	-	2	-	-	6
39.	Kyjaková Katarína	G ZA Okružná	4	0.5	0.5	0.7	0	-	5.7
40.	Mrázová Lucia	GPH Michalovce	2.5	0.5	0.3	0.7	0.5	-	4.2
41.	Čurmová Zuzana	GPH Michalovce	3.5	-	-	-	-	-	3.5
42.	Šturc Peter	G AV Levice	2	-	0.5	0.7	0	-	3.2
43.	Valigová Zuzana	GPH Michalovce	1	-	0.8	1	-	-	2.8
44.	Čurmová Jaroslava	GPH Michalovce	-	0.5	0.4	0.7	-	-	1.6
45.	Bohiniková Alžbeta	G BA Grösslingova	-	-	-	1.5	-	-	1.5
	Erdödyová Lívia	GPH Michalovce	-	0.5	-	0.5	0.5	-	1.5
47.	Dzurjová Silvia	GPH Michalovce	-	-	0.3	0.7	-	-	1
	Masár Juraj	G Bilíkova	-	-	-	1	-	-	1
49.	Maliková Lucia		1	0.5	0.4	0.7	0.5	5	0