Fyzikálny korešpondenčný seminár
25. ročník, 2009/2010
FKS, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava
e-mail: otazky@fks.sk web: http://fks.sk

Zadania 2. kola letnej časti 2009/2010

Termín: 12. 4. 2010

2.1 Luskáčik (9 bodov)

„Kríza – nekríza, dačo robiť treba“, povedal si podnikateľ Cyprián a vynašiel nový dizajn luskáčiku na orechy. A keďže Cypriána múza kopla skutočne dôsledne, vymyslel luskáčik ešte jeden. Obe jeho veľdiela si môžte pozreť na obr. 1 a obr. 2. Ktorým z nich rozlúskneme orech menšou vynaloženou silou a prečo? Celkové dĺžky ramien luskáčikov sú v oboch prípadoch rovnaké, takisto rovnaké sú vzdialenosti od kĺbu spájajúceho ramená po miesto, kde sa orech dotýka ramien.

Obr. 1: Luskáčik 1

Obr. 2: Luskáčik 2

2.2 Roztápačka (9 bodov)

Je známe, že pokiaľ máme pohár po okraj naplnený vodou a v ňom pláva kus ľadu, voda ani po roztopení ľadu nepretečie cez okraj pohára.

a) Vysvetlite, prečo je to tak.

b) Pretiekla by nejaká kvapalina, keby ľad plával namiesto vody v oleji?

Hustoty použitých záležitostí sú: $\rho_{\text{voda}} = 1\,000\,\text{kg/m}^3$, $\rho_{\text{lad}} = 900\,\text{kg/m}^3$, $\rho_{\text{olej}} = 950\,\text{kg/m}^3$.

2.3 Roboty (9 bodov)

Na súťaži v programovaní robotov sa v osobnom súboji stretli dva jedince, robot R_1 a R_2. Úloha pre robotov je velmi jednoduchá – roboty uchopia lano a začnú sa pretahovať, silnejší vyhráva. Roboty dokážu ťahať silami F_1 a F_2 nezávisle na tom, akou rýchlosťou a akým smerom sa hýbu. Roboti majú kolieska a po podložke neprešmykujú. Keď roboti začali ťahať, spôsobilo to, že celá sústava sa pohla zrýchlením veľkosti a v smere prvého z robotov. Zrazu sa však z prvého robota zadymilo a jeho motor sa pokazil (čo pre nás znamená, že odvtedy $F_1 = 0\,\mathrm{N}$). Vyhrávať teda začal robot druhý, ktorý úspešne ťahal sústavou zase so zrýchlením a, ale v svojom smere. Koľkokrát je prvý robot silnejší ako druhý, ak viete, že je dvakrát taký ťažký?

2.4 Straty (9 bodov)

Položte na plynový sporák hrniec s vodou a ohrejte ju na bod varu. Aká je priemerná účinnosť sporáku pri tomto deji? Skúste toto číslo čo najpresnejšie odmerať.

2.5 Numerická úloha (9 bodov)

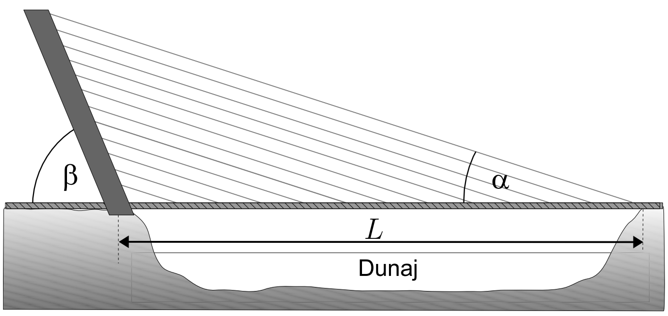
Vieme, že pokiaľ chceme na rovine hodiť hádzancom[1] čo najďalej, treba hádzať pod uhlom $45\,°$. Čo však, ak uvážime realistickejšiu situáciu (to znamená, zarátame odpor vzduchu)? Môžete predpokladať, že odporová sila má vždy veľkosť

$$F_\mathrm{d} = \tfrac{1}{2} C S \rho v^2$$

kde ρ je hustota vzduchu, v rýchlosť pohybu hádzanca, S je prierez hádzanca a $C = 0{,}5$. Ďalej, hádzanec má tvar gule s polomerom r. Za akých podmienok pri hádzaní rýchlosťou $v_0 = 75\,\mathrm{km/h}$ vyjde optimálny uhol hodu o viac ako $5\,°$ iný? Úlohu nie je potrebné riešiť presne (teda analyticky), postačí nám numerický výsledok získaný z akejkoľvek vami spravenej simulácie v ľubovoľnom programovacom jazyku, či prostredí, kde sa čosi podobné dá realizovať (napr. aj Excel).

2.6 Most cez Dunaj (9 bodov)

V Bratislave je premávka cez dunajské mosty vždy čulá. Preto sa magistrát rozhodol vybudovať nový most. Treba preklenúť rieku šírky $L = 300\,\mathrm{m}$. Miestny hlavný architekt rozhodol, že most bude vyzerať podľa obrázka. Na vás je, aby most nespadol a pritom nebol ani priveľmi nákladný – treba navrhnúť parametre α a β tak, aby žiadne napätia v materiáloch neprevýšili pätinu ich medze pevnosti, a zároveň, aby cena mosta bola minimálna. Most bude mať betónovú mostovku (to, po čom jazdia autá) a pilier, a oceľové laná. Hmotnosť $1\,\mathrm{m}$ mostovky má byť $20\,\mathrm{t}$. Konštrukcia je vymyslená tak, že pilier a aj mostovka môžu byť v každom mieste zaťažené iba v pozdĺžnom smere (nemá v nich byť šmykové napätie). Oceľové laná sú veľmi husto rozmiestnené a navzájom rovnobežné. Potrebné údaje: hustota betónu $\rho_\text{betón} = 2\,000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, hustota ocele $\rho_\text{oceľ} = 7\,800\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, medza pevnosti betónu v tlaku $\sigma_\text{betón} = 40\,\mathrm{MPa}$, medza pevnosti ocele v ťahu $\sigma_\text{oceľ} = 2\,\mathrm{GPa}$, cena $1\,\mathrm{kg}$ ocele stojí 47-násobok $1\,\mathrm{kg}$ betónu. Predpokladajte, že hmotnosť lanovia a automobilov na moste je zanedbateľná voči hmotnosti mostovky – dodatočne to overte.



Obr. 3: Most

[1] univerzálny predmet určený na hádzanie

2.7 Filipova elektrická štvorcotyč (9 bodov)

Majme nabitý štvorec so stranou A. My sedíme v jeho rohu a odmeriame intenzitu E_1. Následne vystrihneme z neho štvorec so stranou $\frac{1}{2}A$ vrátane miesta, kde sedíme. Zostane nám už iba také `L`. Otázka je, akú intenzitu nameriame teraz? No a nebuďme zlí. Prezraďme si rovno riešenie.

Výsledná intenzita je zjavne rovnaká, ako keby sme na veľký štvorec prilepili malý s opačným nábojom. Stačí teda sčítať len tieto dve intenzity podľa princípu superpozície. A aká je teda intenzita E_2 od malého štvorca? Každému elementu malého štvorca vieme pomocou rovnoľahlosti priradiť element rovnakého tvaru dvojnásobných rozmerov v dvojnásobnej vzdialenosti patriaci veľkému štvorcu. No a aké sú čiastkové intenzity od týchto elementov? Náboj je úmerný ploche, čiže štvornásobný, vzdialenosť je dvojnásobná, po umocnení sa to navzájom vyhubí a intenzity sú rovnaké. Teraz môžeme presumovať/preintegrovať celý štvorec a vidíme, že $E_1 = E_2$. Čiže výsledná intenzita je $E = E_1 - E_2 = 0$. Čiže to `L`-ko na nás vlastne vôbec nepôsobí? Kde je (a je vôbec) chyba v úvahe?