

Programovanie, problem sheet 3

Jarná škola FX

13.-18. apríl 2014

Matematické minimum

1. Zintegrujte kvadrátúrou e^{-x^2} od $-\infty$ do ∞ a výsledok porovnajte so skutočnou hodnotou.
2. Určte hodnotu π pomocou Monte Carlo integrácie obsahu kruhu s polomerom rovným 1. Vyskúšajte dve metódy:
 - i. generovanie náhodných bodov $x, y \in [-1, 1]$ v rámci štvorca a sčítanie tých, ktoré padnú do kruhu,
 - ii. Monte Carlo integráciu funkcie $\sqrt{1-x^2}$ (jednej štvrtiny kruhu).

Ktorá metóda je efektívnejšia?

3. Nájdite x , pre ktoré $\cos x = x$. Vyskúšajte:
 - i. polenie intervalov,
 - ii. Newtonovu metódu:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Porovnajte efektivitu metód (i.e. ako rýchlo dospejete k želanej tolerancii). Nájdite prípad, kedy Newtonova metóda zlyháva.

4. Nakreslite logistickú mapu

$$x_{n+1} = r x_n (1 - x_n)$$

pre $x_0 \in [0, 1]$ a $r \in [0, 4]$. Vyskúšajte $N = 1000$ bodov a do grafu zaznamenajte až druhú polovicu.

5. *Ťažšie.* Napíšte program, ktorý zo súboru načíta sústavu rovníc a vektor pravej strany a Gaussovou elimináciou ju vyrieši. Napríklad

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$