

Programovanie, problem sheet 4

Jarná škola FX

13.-18. apríl 2014

Reálna fyzika

1. **Rovnica vedenia tepla.** Parciálne diferenciálne rovnice majú len zriedka analytické riešenie. Napíšte program, ktorý rieši 1d rovnicu vedenia tepla

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}$$

pre $D = 1$. Body na x -ovej osi nech sú od -1 do 1. Ako počiatkové podmienky zvolíte:

- sínus s nulovou hodnotou na koncoch,
- e^{-x^2} ,
- trojuholník

$$T(x,0) = \begin{cases} 1+x, & x < 0, \\ 1-x, & x > 0. \end{cases}$$

Pre posledný prípad vyskúšajte:

- nulové okrajové podmienky, i.e. s nekonečnou tepelnou kapacitou,
- periodické okrajové podmienky.

Aký rozdiel možno očakávať? Dáva program zmysluplné odpovede?

2. **Poissonova rovnica.** Gaussov zákon pre elektrický potenciál je

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}.$$

Druhá derivácia je v počítači znázornená ako

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{h^2}.$$

Po diskretizácii je teda systém sústavou lineárnych rovníc, kde maticou je diferenciálny operátor ∇^2 , neznámym vektorom potenciál ϕ_i , a vektorom pravých strán rozloženie hustoty náboja ρ_i (konštanty neuvažujeme). Táto matica má navyše špeciálnu vlastnosť – je diagonálne dominantná. To znamená, že ju môžeme riešiť iteratívnou Gaussovou alebo Jacobiho metódou.

Napíšte program, ktorý vyrieši Gaussov zákon v 1d pre jeden náboj. (Matematicky jeden náboj možno zapísať ako $\rho(\mathbf{r}) = Q\delta(\mathbf{r})$.)

Ťažšie. Napíšte program, ktorý vyrieši Gaussov zákon v 2d. Výsledok je ľahko overiteľný z Gaussovho zákona $-\phi(r) \sim -\ln(r)$.

V oboch prípadoch výsledky vykreslite v Gnuplote alebo Octave. V prípade Gnuplotu treba dáta vypísať do súboru po stĺpcoch ako $[x \ y \ \phi(x,y)]$.

```
set pm3d
set hidden3d
splot "data.out" using 1:2:3
```

V prípade Octave možno dáta vykresliť do matice a potom veľmi jednoducho načítať zo súboru.

```
> A=load("data.out")
> surf(A)
```