

FX 4 Nalomená vodivosť

Kubo sa hrabal v skriní a našiel v nej nekonečne dlhú uzemnenú vodivú rovinu. Po ruke mal aj bodový náboj Q , no už ho nebavil stále ten istý problém bodového náboja a vodivej roviny.

- (a.) Kubo od zlosti ohol svoju nekonečnú vodivú rovinu tak, že nové dve polroviny zvierali uhol α . Bodový náboj položil na os tohto uhla.

Akou silou pôsobí nalomená rovina na náboj Q , ak sa nachádza vo vzdialenosti l od priamky nalomenia? Predpokladajte, že $\alpha = \pi/n$, kde $n = 1, 2, \dots$. Výsledok očakávame v tvare sumy, ktorá bude sčítavať cez násobky uhla α .

Akú prácu treba vykonať na prinesenie náboja Q z nekonečna na toto miesto? Pre rôzne n považujte, v ktorých prípadoch si zlomená rovina náboj pritiahne a v ktorých ho odtláči preč.

- (b.) Predpokladajme teraz, že dosky zvierajú veľmi malý uhol (pre vysoké n). Teda v priblížení máme dve nekonečné vodivé dosky. Nachádzajú sa paralelne $D = 1$ m od seba a medzi nimi je bodový náboj Q vo vzdialenosti $d = 10$ cm od jednej z rovín (teda nie v strede).

Aká sila pôsobí na náboj Q v tomto prípade? Očakávame presný výsledok.

FX 5 Relativistické zrkadlo

Majme rovinné zrkadlo, ktoré sa pohybuje rýchlosťou v smerom od nás, rovina zrkadla nech je kolmá na smer pohybu. Na zrkadlo zasvietime laserom dvomi spôsobmi.

- (a.) Lúč je rovnobežný s rýchlosťou v . Aký je pomer jeho vyslanej a odrazenej vlnovej dĺžky?
 (b.) Lúč zvierá uhol α so smerom rýchlosti. Pod akým uhlom β budeme pozorovať odrazený lúč?

Hint: hybnosť fotónov je $\mathbf{p} = h/\lambda\hat{\mathbf{n}}$, kde $\hat{\mathbf{n}}$ je jednotkový vektor v smere lúča.

FX 6 Elektrónový plyn

Elektróny v kovoch sú zodpovedné za mnoho praktických každodenných javov, ako napr. elektrická alebo tepelná vodivosť. Na pochopenie ich správania nám ale nestačí klasická newtonovská fyzika, treba tú kvantovú. V tomto príklade vynecháme dva semestre vysokoškolskej matematiky a semester kvantovej teórie a skočíme rovno do kvantovej praxe. Zameriame sa na najjednoduchší model voľných, vzájomne neinteragujúcich elektrónov a skúsime predpovedať nejaké praktické a pozorovateľné (rozumej merateľné) veličiny.

Predtým, ako sa pustíte do riešenia, si prečítajte náš [úvod do kvantovej teórie](#).

Majme kus kovu, napríklad meď s jedným valenčným elektrónom, v najjednoduchšej forme kocky o objeme $V = L^3$. Okrem energetického kvantového čísla máme ešte spinové s .¹ Pauliho vylučovací

¹Elektrón je taká magnetka, a spin je veľkosť jeho magnetického momentu.

princíp hovorí, že žiadne dva elektróny (alebo všeobecne *fermióny*) nemôžu mať všetky kvantové čísla rovnaké. Takže na jednu energetickú hladinu pripadajú maximálne dva elektróny, so spinmi nahor a nadol.

1. Na zahriatie zistíte počet valenčných elektrónov v centimetri kubickom medi.

Keďže elektróny spolu neinteragujú, jediná zložka ich energie je kinetická, $E = \frac{1}{2}m\mathbf{v}^2 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}$, kde $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ je hybnosť. Ak si zdefinujeme vlnové číslo $\mathbf{k} = 2\pi/\lambda\hat{\mathbf{n}}$, zistíme, že medzi dvomi hladinami je rozdiel vlnových čísel Δk konštantný. Hybnosť vlny je definovaná ako $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$,² z čoho ľahko odvodíme vzťah medzi energiou a vlnovým číslom.

2. Elektróny začneme ukladať na energetické hladiny. Na každú uložíme dva, začínajúc od najnižšej a končiac v momente, keď nám dôjdu. Spočítajte tzv. *Fermiho energiu* poslednej obsadenej hladiny, pre jedno-, dvoj- a trojrozmerný systém. *Hint: netreba žiadnu ťažkú matiku!* Ako sa mení Fermiho energia s objemom? Energie vyjadrite v elektrónvoltoch (10^{-19} J).
3. Definujme *hustotu stavov* $g(E) = dN(E)/dE$, teda počet elektrónov na jednotku energie, kde N je ich celkový počet. Pre kolikorozmerný systém je hustota stavov konštantná? Spočítajte priemernú energiu jedného elektrónu pre dvoj- a trojrozmerný systém,

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^\infty E g(E) dE}{\int_0^\infty g(E) dE}.$$

4. Elektrónový plyn, na rozdiel od ideálneho plynu, má tlak aj pri nulovej teplote (tzv. tlak Pauliho princípu.) Spočítajte ho pre dvoj- a trojrozmerný systém. Ktorej mocniny objemu je úmerný?

² $\hbar = h/2\pi$ je tzv. redukovaná Planckova konštanta.