

9 . ročník
1. séria
súťaž beží do
19. 1. 2014

FX [f:ks]

www.fks.sk/fx
fx@fks.sk

powered by FKS

KTFDF FMFI UK
Mlynská Dolina
842 48 Bratislava

V rukách držiš zadania prvej série deviateho ročníka seminára FX (čítaj f:ks).

Súťaž je určená pre tých, ktorí sa chcú vo svete fyziky pohnúť míľovými krokmi dopredu. Za predošlých osem rokov priniesli naši riešitelia cenné kovy z medzinárodných súťaží po celom svete. Každá vyriešená úloha vo FX je vecou prestíže a určite nie je hanbou zapojiť sa do súťaže len jedinou.

Riešenia úloh môžeš zasielať e-mailom na fx@fks.sk *kedykoľvek* až do 19.1., tj. asi týždeň pred zimným sústređením FKS. Tvoje riešenia budú v priebehu niekoľkých dní okomentované, ohodnotené a zaslané späť. Za každú úlohu môžeš získať 0 až 9 bodov. *Ak si nezískal plný počet bodov, nevadí.* Komentáre od vedúceho si môžeš vziať k srdcu, na úlohe popracovať a úlohu zaslať znovu. Znova ju okomentujeme a body prehodnotíme. Takto môžeš iterovať naďalej, až kým úlohu dotiahneš do správneho riešenia.

Zasielať môžeš riešenia každej aktuálnej série. Do konca kalendárneho roka by sa na stránke mali v nepravidelných intervaloch objaviť dve série. Pri riešení Ti môžu prísť vhodné vzorové riešenia úloh z predošlých ročníkov, ktoré nájdeš na stránke <http://www.fks.sk/fx/zbierka.php>. Veríme, že sa s príkladmi poriadne potrápiš a že si vďaka nim začneš vykračovať do diaľav sveta fyziky.

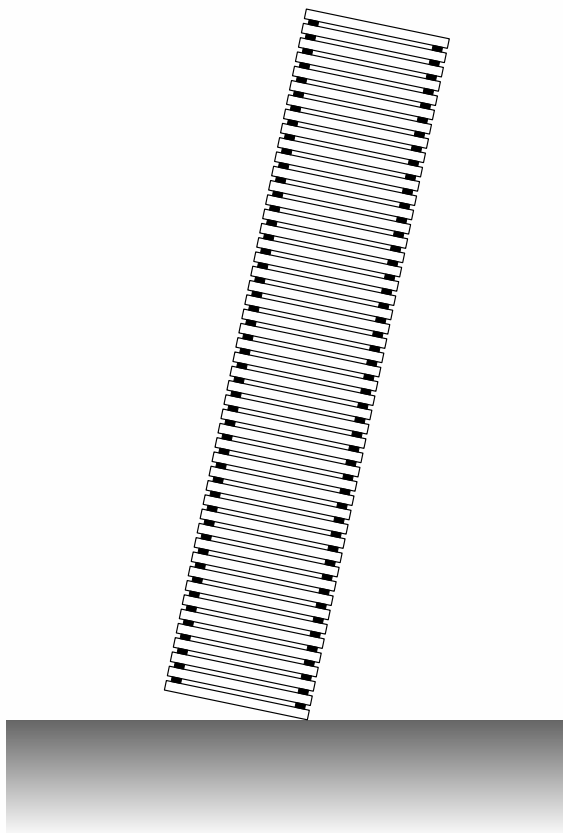
Veľa šťastia s riešením!

FX1 Kocka (opravuje Jakub Ko.)

Každé narodeniny dostáva Kubus ako darček od svojich kamarátov rôzne veľké a rôzne ťažké homogénne kocky. Keď ich hodí do vody, niektoré plávajú na povrchu a niektoré klesnú na dno. Všimol si však aj to, že rovnovážna orientácia plávajúcich kociek sa rôzni. Pomôžte Kubusovi zistiť, ako závisí rovnovážna orientácia plávajúcej kocky na jej hustote!

FX2 Komín (opravuje Janči)

Vlejd našiel v pivnici veľkú kopy dosiek štvorcovej podstavy a rozhodol sa postaviť si z nich komín. Dosky naukladal na seba, pričom každá doska je so susednými zlepená párom tenkých drevených pásov (čierne plôšky na obrázku sú ich priečne rezy). Keď bolo dielo hotové, nedopatrením doň šťuchol a komín sa začal prevracať. V akej výške sa počas pádu komín zlomí? Predpokladajte, že výška komína H je omnoho väčšia ako jeho šírka w .



FX3 Exoplanéty (opravuje Petrík)

Motivačný úvod. *V auguste tohto roku skončila misia Kepler po tom, ako zlyhalo otáčacie zariadenie na smerovanie tohto ďalekohľadu. Za 4 a pol roka svojej existencie sa postarala o viacero vzrušujúcich objavov týkajúcich sa planét obiehajúcich okolo vzdialených hviezd. Aj vďaka misii Kepler máme dnes potvrdenú existenciu viac ako tisícky tzv. extrasolárnych planét. Hnacou silou je honba za planétou podobnou Zemi: Podobných rozmerov, podobného zloženia a nachádzajúcu sa v tzv. obývateľnej zóne, kde teplota dosahuje pre život vhodné hodnoty. Misia Kepler používala na hľadanie planét tzv. tranzitnú metódu, ďalšou zaužívanou metódou je tzv. dopplerovská spektroskopia.*

Ako príklad budeme uvažovať planétu HD 209458 b, ktorá obieha okolo hviezdy podobnej Slnku. Spektrálnymi metódami vieme určiť teplotu hviezdy $T_h = 6000 \text{ K}$. Parallaxovou metódou vieme určiť jej vzdialenosť $d_h = 154 \text{ ly}$. Z Planckovho zákona pre vyžarovania čierneho telesa vieme možno určiť polomer hviezdy $R_h \approx 1,14R_\odot$. Z teórie potom vieme odhadnúť aj hmotnosť hviezdy $M_h \approx 1,13M_\odot$.

Niekedy máme to šťastie, že planéta inej hviezdy sa počas svojho pohybu občas nachádza medzi Zemou a touto hviezdou. O existencii planéty sa vtedy môžeme presvedčiť tak, že občas pozorovaná svietivosť hviezdy v dôsledku zákrytu nepatrne klesne. Planéta HD 209458 b patrí medzi tieto šťastné prípady.

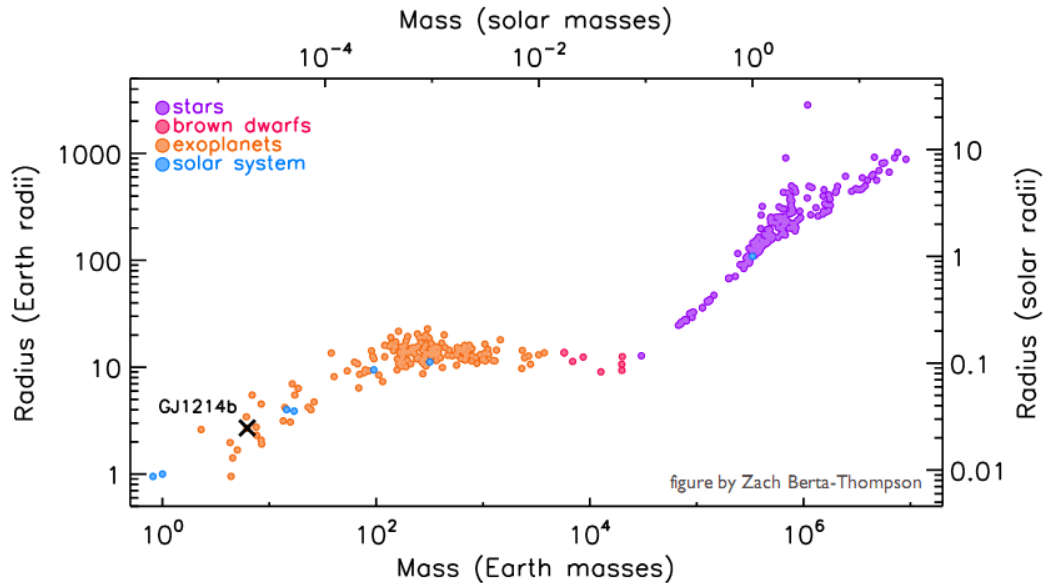
- a) Tranzit tejto planéty trvá asi 3 hodiny a opakuje sa každých 3,52 dňa. Počas tranzitu klesá pozorovaná svietivosť (celkový výkon) hviezdy o 1,7%. Určte na základe týchto údajov polomer planéty a jej orbity.
- b) Zo znalosti orbity planéty a teploty materskej hviezdy určte priemernú teplotu na planéte.
- c) Ak by obyvatelia inej hviezdnej sústavy pozorovali našu slnečnú sústavu, aký dlhý a aký výrazný tranzit by pozorovali v prípade Zeme a v prípade Jupitera?

Pre väčšiu impresívnosť treba poznamenať, že družica Kepler dokázala vyše 4 roky simultánne merať svietivosť asi 100 000 hviezd každú minútu s relatívnou presnosťou 10^{-2} – 10^{-4} .

Pokiaľ je planéta dostatočne hmotná a má malú orbitu, o jej prítomnosti sa možno presvedčiť aj pomocou Dopplerovho javu. Keďže planéta a hviezda obiehajú okolo spoločného ťažiska, aj hviezda sa trochu „hompáľa“ a jej spektrum sa posúva. Planéta HD 209458 b bola pôvodne objavená práve takto.

- d) Experimentálne sa zistila amplitúda rýchlosti materskej hviezdy smerom k zemi 82 m.s^{-1} . Aká je hmotnosť planéty?
- e) Akou rýchlosťou sa pohybuje Slnko v dôsledku prítomnosti Jupitera a akou v dôsledku prítomnosti Zeme?

Nasledujúci graf znázorňuje v logaritmickej škále hmotnosť a polomer vesmírnych objektov doposiaľ objavených tranzitnou metódou. Zahŕňa terestriálne planéty, plynových obrov, hnedých trpaslíkov a hviezd.



Prevzaté zo **Zachory Kaczmarczyk Berta: Super-Earth and Sub-Neptune Exoplanets: a First Look from the MEarth Project**, obrázok zreprodukovaný so súhlasom autora

- f) Všimnite si, že polomer planét dosahuje svoj extrém niekde pri hmotnosti Jupitera a pre ďalší nárast hmotnosti je polomer relatívne konštantný. Ako by ste vysvetlili toto pozorovanie?
- g) Aká závislosť hustoty od tlaku $\rho(p)$ dokáže popísať namerané charakteristiky gravitujúcej hmoty?