

**FX10 Kmitajúca obruč**

Obruč s polomerom  $R$  je položená na zemi a opretá o stenu tak, že rovina obruče zvierá s vodorovnou rovinou uhol  $45^\circ$ . Aká je perióda malých kmitov obruče?

**FX11 Gravitujúci plyn**

V medzihviezdnom priestore sa nachádza plyn, ktorý v dôsledku vlastnej gravitácie tvorí akúsi plynovú guľu. Predpokladajte, že teplota celej plynovej guľe je rovnaká. Aká je jej tepelná rozťažnosť? Koeficient tepelnej rozťažnosti je definovaný ako

$$\alpha_V = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p.$$

**FX12 Hydrodynamická tyč**

Zamyslime sa nad kvapalinami tečúcimi vo zvislých rúrach. Vo všeobecnosti pre nestlačiteľné kvapaliny platí nasledovná verzia obludnej Navier-Stokesovej rovnice:

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \eta \nabla^2 \mathbf{v} - \rho \mathbf{g}$$

Kde  $\mathbf{v}$  je rýchlosť kvapaliny v danom bode,  $p$  je tlak a  $\eta$  je dynamická viskozita. Netreba sa ale báť, všetko sa dá, keď sa chce.

Majme nekonečne dlhú zvislú rúru s polomerom  $R$  v homogénnom gravitačnom poli  $g$ .

- i. Nájdite všeobecné stacionárne riešenie, i.e. rozloženie rýchlosti  $v$  od polohy, ktoré bude spĺňať túto rovnicu a spočítajte maximálnu rýchlosť, ktorou kvapalina potečie, a jej celkový prietok. Predpokladajte, že rýchlosť vody na kraji rúry je nulová. (Hint: použite cylindrické súradnice, jednotlivé trojuholníkové operátory v týchto súradniciach nájdete napr. na wiki).
- ii. Aby nám vyšlo niečo konkrétne, dosad'te hodnoty pre vodu, olej, med v slamke a vodu v odpadovej rúre s priemerom 15 cm.
- iii. Ako si určite tipnete, med v slamke tečie veľmi pomaly. Aby sme mu pomohli, tak okrem neho do slamky dáme ešte vrstvu vody a to tak, že vnútri potečie med vo valci s polomerom  $R_1$  a medzi ním a stenou slamky potečie vrstva vody. Aké má byť  $R_1$ , ak chceme maximalizovať prietok medu? Predpokladajte, že voda a med sa nemiešajú a tok je laminárny (bez turbulencií).