FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

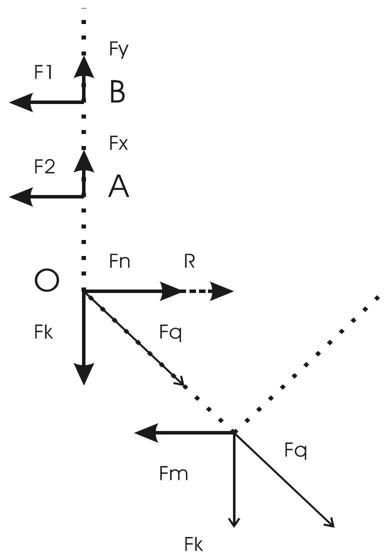
A-kategória (staršia)
školský rok 2000/2001

vzorové riešenia 2. série

FKS, KZDF MFF UK
Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

fks@center.fmph.uniba.sk
www.ddp.fmph.uniba.sk/fks

A–2.1 Vešiak (opravoval FoX mulder)



Silu od kabáta si rozložíme v smere úchopu vešiaka (F_q) a vo vodorovnom smere (F_m). Posunieme pôsobisko F_q do bodu O (posuvný ani otáčavý účinok sily sa tým nezmení) a túto F_q rozložíme do vodorovného (F_n) a zvislého smeru (F_k). Takže máme tri sily a môžeme skúmať ich účinok.

Čo sa očakáva od poriadneho vešiaka? No vlastne, aby robil nič. Čiže pevne stál a nehýbal sa. To znamená, že súčet všetkých síl pôsobiacich na vešiak musí byť nulový a súčet všetkých momentov pôsobiacich na vešiak musí byť nulový.

Sila F_k namáha skrutky na strih (t.j. snaží sa ich zlomiť), skrutky proti nej pôsobia silami F_x a F_y, ktoré v súčte dávajú silu F_k (ak nie tak sa skrutky zlomia). V prípade, že sú skrutky rovnaké, tak platí $F_x=F_y=F_k/2$. Ale toto nebola podstatná časť príkladu. Z praxe vieme, že vešiaky sa kazia najmä preto, že sa skrutky vyťahujú zo steny.

Teda nám zostávajú sily F_n a F_m . Sú rovnako veľké a opačného smeru. Spôsobujú otáčanie vešiaka - vyťahujú skrutky von.($F_n=F_m=F_k(a/b)$) Tieto sa proti tomu bránia silami F_1 a F_2. Stena zas pôsobí reakčnou silou R proti pohybu vešiaka do steny. Zo silovej rovnováhy dostávame, že $R=F_1+F_2$. Keď si napíšeme momentovú podmienku rovnováhy vzhľadom na ľubovoľný bod dostávame, že (po úpravách):

$$F_1\,(c+d)+F_2\,c = F_k\,a$$

Matematicky by sme tu skončili a prehlásili, že sily F_1 a F_2 musia spĺňať rovnicu - vtedy vešiak bude funkčný. Avšak pokúsime sa ju rozobrať po prakticko-fyzikálnej stránke.

Z rovnice vidíme, že pri vešiaku môže kľudne nastať situácia, že jedna skrutka to celé drží a druhá tam ani nemusí byť. Keď chceme spraviť vešiak, aby udržal 30kg kabát aj v prípade, že niekto prvú (alebo druhú) skrutku odstráni. Tak postavíme F_1 (alebo F_2) rovné nule. A máme, že $F_2=F_k\ (a/c)$ prípadne $F_1=F_k\ a/(c+d)$. Tento vešiak bude totálne odolný, avšak nespĺňa naše ekonomické predstavy. Čo v prípade (ako to pri robení vešiakov býva), že používame rovnaké skrutky a chceme ich s minimálnou nosnosťou? Predstavme si situáciu: Na vešiak postupne pridávame závažia až kým jedna zo skrutiek nie je úplne vyťažená. Pri ďalšom pridávaní závaží už zaťažujeme druhú skrutku. Až kým vešiak nevypadne. Je jasné, že tesne pred vypadnutím boli obe skrutky namáhané rovnakou silou.(Tesne pred vypadnutím tam bolo naložených 30 kg)

Alebo inak. Ak jedna skrutka pôsobí väčšou silou ako druhá, tak z toho vyplýva (ak používame rovnaké skrutky) , že tá druhá skrutka nie je na 100% vyťažená a môžeme použiť slabšie skrutky. Zastavíme sa až v prípade, že budú skrutky pôsobiť rovnakou silou. Teda potom platí:

$$F_1=F_2=F_k\frac{a}{2c+d}$$

Poznámky k riešeniam:

1. Prečo by sa mali momenty od jednotlivých skrutiek rovnať?
2. Treba si uvedomiť, že sily F_1, F_2, R sú iba reakčné sily a nepôsobili by, keby sme tam kabát nezavesili.
3. Vešiak udrží kabát s ľubovoľnými silami F_1 a F_2 spĺňajúcimi momentovú podmienku rovnováhy.
4. Chcel by som pochváliť Tomáša Kulicha za pekné riešenie a ajnštajnovú za podnetné nápady.

A – 2.2 Šošovky (opravoval Roman Kováčik)

Milí mladí priatelia, ako sa mi (možno aj vám) na prvý pohľad zdal tento problém ľahký, o to zložitejší sa mi zdal na druhý (o treťom nehovoriac).

Zabudnime teraz na všetky rozdiely medzi svetlom a zvukom a pozrime sa, ako sa prejavia rozdiely v rýchlosti šírenia sa svetla a zvuku vo vzduchu a v skle. Pomer rýchlosti šírenia sa vlnenia v prostrediach 1 a 2 sa rovná obrátenému pomeru indexov lomu týchto prostredí voči vákuu $\frac{v_1}{v_2}=\frac{n_2}{n_1}$.

Rýchlosť vlnenia	*vzduch*	*sklo*
svetlo	$c \approx 3.10^8$ m/s	$c/n_{21} \approx 2.10^8$ m/s
zvuk	343 m/s	5200 m/s

Keď si napíšeme rovnicu dávajúcu do súvisu ohniskovú vzdialenosť šošovky s indexami lomu materiálov šošovky a okolitého prostredia a geometriou šošovky

$$\frac{1}{f}=\left(\frac{n_2}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

vidíme, že pri nezmenenej geometrii šošovky závisí znamienko ohniskovej vzdialenosti od toho, či je pomer $\frac{n_2}{n_1}$ väčší alebo menší ako 1. Keďže tento pomer je pre svetlo 1,5 a pre zvuk 0,066, vidíme že f má pri rovnakej geometrii šošovky pre svetlo vždy opačné znamienko oproti zvuku, teda spojka pre svetlo je rozptylka pre zvuk a rozptylka pre svetlo je spojka pre zvuk.

A teraz poďme skúmať hlbšie. Nebudeme si nič idealizovať a príjmime holú pravdu, že zvuk je vlnenie, a teda môže vytvárať také javy ako napr. ohyb, že sa môže úplne odraziť, pohltiť...

Najskôr niečo o úplnom odraze. Pre rozhranie vzduch – sklo je medzný uhol $\alpha_m = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \approx 3.8\,°$, čo znamená, že ak dopadne na sklo zvuk pod uhlom väčším ako tento uhol, nastáva úplný odraz. Takto sa môže zakrivené sklo správať ako duté (svetelná rozptylka) resp. vypuklé (svetelná spojka) zrkadlo. Pre takúto situáciu som vypočítal pre svetelnú spojku s Φ =3D (napr. sklo okuliarov široké 5 cm) toto: zvukové vlny budú vnikať do skla do vzdialenosti 11 mm od stredu (kolmého dopadu).

Poďme však ďalej. Aké hodnoty nadobúdajú vlnové dĺžky zvukových vĺn? Zo vzťahu $\lambda f = v$ ľahko vypočítme, že $\lambda \approx$ 17 mm – 17 m. Je známe, že pri prekážkach, ktorých rozmery sú porovnateľné s vlnovou dĺžkou vlnenia sa značne uplatňujú vlnové vlastnosti, napr. ohyb (to je napr. to, že počujeme za roh, ale za roh nevidíme). Čiže aby výsledný efekt sklenenej prekážky pre zvuk nebol len ohybový, mala by mať naša šošovka rozmery rádovo metre až desiatky metrov (na Zemi sa moc často také veci nevyskytujú).

Aby som to zhrnul. Pre veľké rozmery šošoviek (vtedy ale musia mať malú optickú mohutnosť) tento efekt nastáva kvôli rozdielnym vzájomným (vzduch - sklo) indexom lomu svetla (> 1) a zvuku (< 1). Pre malé rozmery sa budú vo veľkom prejavovať vlnové vlastnosti zvuku ako ohyb, pre veľké optické mohutnosti sa bude šošovka správať pre zvuk skôr ako guľové zrkadlo.

A-2.3. Teliesko (opravovala Kika)

Väčšina z vás si uvedomila, že nejde o priamočiary pohyb. Budeme musieť uvažovať všeobecné riešenie a teda, že sila $\boldsymbol{F}$ zviera s rýchlosťou $\boldsymbol{v_0}$ uhol α. Zvolíme si taký súradnicový systém, aby $\boldsymbol{v_0}$ ležala na osi x.

Silu F rozložíme na dve na seba kolmé zložky - F_x bude urýchľovať teliesko so zrýchle-ním a_x a F_y so zrýchlením a_y .

V každom okamihu môžeme veľkosť rýchlosti telieska vyjadriť ako:

$$v(t) = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)}$$

$$v_y(t) = a_y t$$

$$v_x(t) = v_0 - a_x t$$

Z toho dostávame:

$$v^2(t) = v_0^2 + (a_x t)^2 - 2v_0 a_x t + (a_y t)^2 \qquad (0)$$

Dosadením známych rýchlostí v čase 0, τ, 2τ do (0) dostávame:

$t=0$ $$v^2(0) = v_0^2$$

$t=\tau$ $$v^2(\tau) = \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = v_0^2 + (a_x\tau)^2 - 2v_0 a_x \tau + (a_y \tau)^2 \qquad (1)$$

$t=2\tau$ $$v^2(2\tau) = \left(\frac{v_0}{4}\right)^2 = v_0^2 + 4(a_x\tau)^2 - 4v_0 a_x \tau + 4(a_y \tau)^2 \qquad (2)$$

$t=3\tau$ $$v^2(3\tau) = (v_x)^2 = v_0^2 + 9(a_x\tau)^2 - 6v_0 a_x \tau + 9(a_y \tau)^2 \qquad (3)$$

Vynásobením (1) štyrmi a po odčítaní (2) dostávame $a_x t = \frac{33}{64} v_0$

Vynásobením (1) dvomi a po odčítaní (2) a dosadení $a_x t$ dostávame $(a_y t)^2 = v_0^2 \frac{63}{4096}$

No a keď to všetko podosadzujeme do (3) dostaneme hľadanú rýchlosť v čase *3τ:*

$$v(3\tau) = \frac{\sqrt{7}}{4} v_0$$

A je to!

A-2.4 Pentelka (opravoval Matúš)

Najprv sa porozprávajme o zadaní úlohy. Predovšetkým, pod zapísaním listu papiera budem v riešení chápať jeho popísanie zrozumiteľným textom a nie kompletné vymaľovanie pentelkou. Niektorí z Vás mali iný názor, neboli však nijako postihovaní, ani diskriminovaní. Ďalej je jasné, že výsledná hodnota počtu popísaných strán závisí od niekoľkých parametrov. Patrí medzi ne tvrdosť tuhy (tvrdšia vydrží dlhšie), hustota písma (výška riadkov a "rozmáchlosť" písma na nich), ako veľmi pentelkou tlačíme, typ papiera (drsný papier spôsobí väčšiu spotrebu tuhy). O vplyve hrúbky tuhy by sa dalo diskutovať. Nie je až taký podstatný (hrubšia tuha = viac napíšeme), ako by sa mohlo zdať, pretože hrubšou tuhou píšeme hrubšie čiary. Na druhej strane, šikmé držanie pentelky môže tieto úvahy ovplyvniť, každopádne výsledný dopad nebude až taký veľký ako pri predchádzajúcich efektoch.

Teraz k meritu veci. Niektorí z Vás sa pokúsili riešiť úlohu výpočtom na základe úvah o štruktúre grafitovej tuhy, ktorá sa oddeľuje po jednotlivých vrstvách, ktoré sú medzi sebou slabo viazané. Tento postup však vyžadoval odhadnúť počet takýchto vrstiev, ktoré za sebou pentelka zanechá. Je to 10? Je to 1000? Ktovie. Rozumnejší prístup využil krátky nenáročný experiment, záujemcovia si na jeho základe môžu zistiť ten počet vrstiev...

Vrhnime sa teda do akcie. Ako experimenovať? Vezmime bežný linajkovaný zošit a stredne tvrdú tuhu do pentelky s priemerom 0,5 mm. Koľko riadkov napíšeme, kým sa tuha skráti o 1mm? Mne vyšlo 15 riadkov. Toto číslo je samozrejme málo hovoriace bez vzorky písma, len aby nám nakoniec niečo vyšlo. Vo Vašich riešeniach ma takáto vzorka vždy potešila.

Počet riadkov je určený pomerne presne, v skrátení tuhy o 1 mm však spočíva podstatná časť chyby výsledku. Ak chceme určiť veľkosť tejto chyby, môžeme meranie opakovať a určiť priemernú hodnotu chyby. Dá sa do vzťahu pre výpočet počtu strán dosadiť maximálna a minimálna experimentálne zistená hodnota a takto získať rozmedzie pre výsledok. Alebo si môžme povedať, že ten 1 mm nie je možné merať presnejšie ako (1±0,3) mm. To znamená, že dostávame neistotu asi 30%, tou je zaťažený aj náš (budúci) výsledok. Celá tuha má dĺžku 60 mm, z nej však istá časť ostáva nespotrebovaná (z pentelky vypadne). Uvažujme teda, že sa použije 55 mm tuhy. Spolu ňou teda napíšeme $r=825$ riadkov.

Máme číslo, čo s ním? Strana linajkového zošita má tak 32 riadkov. Jednoduchým výpočtom zistíme, že hľadaný počet strán N je

$$N = \frac{r}{32}.$$

Nezabúdajme na všetky nepresnosti, ktoré sme cestou stretli, správnou odpoveďou by malo byť "mojim štýlom písma (vzorka je priložená) jednou tuhou zapíšem 18 až 34 strán A4".

Prečo nedostal každý päť bodov? Ak úloha obsahuje experimentálnu časť, je dôležité popísať podmienky, za ktorých ste merali. Výsledné hodnoty nemá zmysle uvádzať zbytočne presne. Napríklad písať, že sa tuha sa skrátila o 2,5365 mm je nezmysel. Nie len kvôli tomu, že takto presne (na desatiny mikometra!) to určite nikto z Vás merať nemohol, ale aj preto, že celú úlohu sprevádza toľko odhadovania, že toľko desatinných miest nemá cenu. Výsledok 28,934 je zbytočne presný, veď aj malá zmena podmienok znamená jeho zmenu na 24,321 strán! Hodnotilo sa samozrejme popísanie efektov, ktoré výsledok ovplyvňujú. Nešikovné metódy merania boli hodnotené menším počtom bodov. Typickým príkladom môže byť meranie dĺžky čiary, ktorú tuhou nakreslíme a následné určovanie, nakoľko je písmo "zvlnené". To vnáša ďalšie odhady a nepresnosti do výsledku.

Celkovo ste sa však úlohy zhostili dobre a bolo mi potešením čítať mnohé poctivé záznamy o Vašich experimentoch.

A teraz pozor!
Správa pre tých z vás, ktorí sa úspešne popasujú
po prvých dvoch namáhavých sériách aj s treťou sériou
a budú mať šancu a chuť ísť na sústredenie:

<u>Zamaľujte si červenou farbičkou vo svojich diároch políčka 21.-26. 1. 2001!</u>

Vtedy sa totiž v Brezovej pod Bradlom budú diať veci...

FKS