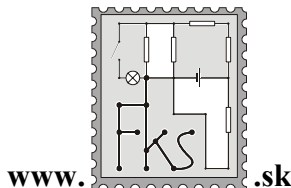


# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

**3. kolo** zimnej časti 17. ročníka  
**B-katéria** (mladší)  
školský rok 2001/2002  
*termín príchodu riešení*  
**5. 12. 2001**



**FKS, KZDF FMFI UK**  
**Mlynská dolina**  
**842 48 Bratislava**  
riesenia@fks.sk  
info@fks.sk

## **B-3.1 Posolený rebrík** (5 bodov)

Konečne nasnežilo! Pat a Mat sú z toho ale nešťastní. Potrebujú zhodiť sneh z komína, aby im mal kadiaľ Ježiško doniesť darčeky. Chodník aj stena sú ale teraz omrznuté a veľmi šmykľavé. Pat a Mat majú akurát jednu malú štipku soli. Bude rebrík opretý o stenu stát, ak je trenie o chodník aj o stenu nulové? Ak nie, treba posoliť chodník alebo stenu?

## **B-3.2 Obláčiky dychu** (5 bodov)

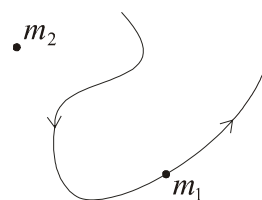
Hovorí sa, že keď pri dýchaní stúpa od úst para, je veľmi zima. Experimentálne zistíte, či je to pravda a pokúste sa vysvetliť, kedy pri vydychovaní vzniká para. Závisí to len od počasia?

## **B-3.3 Červené oči** (5 bodov)

Kde bolo, tam bolo, bolo Mikuláša. Vyumývané čižmičky stáli v okne a čakali na svoj tohtoročný prídel sladkostí, deti spokojne spinkali vo svojich postieľkach a Mikuláš sa potichučky zakrádal komínom. Lenže nie všetci nepovolani spali: malý detektív Matko chcel konečne raz a navždy zistiť, kto sa skrýva pod maskou milého bradatého deduška. Zobral foťák, počkal si na správnu chvíľu a tajomného návštevníka odfoťil. Cieľ bol jasný – odhaliť páchatel'a podľa farby očí (mama – modré, tata – hnedé, sused – zelené). Aké veľké však bolo Matkove sklamanie, keď na onej dôležitej fotke mal Mikuláš oči červené! Pokúste sa mu vysvetliť, v čom je problém červených očí na farebných fotkách, aby o rok konečne zožal úspech a záhadu vyriešil!

## **B-3.4 Mystické vplyvy** (5 bodov)

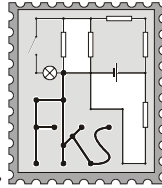
Dve telesá na seba pôsobia záhadnou silou neznámeho pôvodu. Žiadne iné (vonkajšie) sily na telesá nepôsobia. Na obrázku je záznam pohybu jedného z nich a polohy oboch telies v magickom okamihu O. Vtedy ich rýchlosti splňali vzťah  $v_2 = 3v_1$ , pričom ich smer bol opačný. Navyše viete, že  $m_1 = 3m_2$ . Doplňte do obrázka dráhu druhého telesa a popíšte postup, akým ste prenikli za tajomnú oponu nepoznaného!



Tento seminár je organizovaný s podporou  
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund  
Iuventy  
a KZDF FMFI UK

# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 2. série  
B-kategória (mladší)  
17.ročník  
zimný semester  
školský rok 2000/2001



www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK  
Mlynská dolina  
842 48 Bratislava  
riesenia@fks.sk  
info@fks.sk

## Pozor, pozor!

27. 1. – 2. 2. 2002 bude v Beluškých Slatinách zimné sústreďenie FKS. Na všetkých tých, čo prídu a neprídu tak o veľa zábavy, ale aj nejakej fyziky, sa už teraz teší

vaše FKS

## B-2.1 Studené ruky (opravoval Priky)

*Našej Katke je stále zima na ruky. Napadlo jej, že si ich zohreje vlastným dychom. Keď si na ne zblízka dýchlala tak, ako sa dýcha na okuliare, keď chceme, aby sa zahmlili, zacítila teplo. Keď si na ruku normálne silno fúkla, bola jej iba ešte väčšia zima. Prečo? Odpoveď dobre fyzikálne zdôvodnite.*

Zdravím vospolok!!! Hmm, tak zas ste zo mňa spravili tú šviňu, čo vám strhla body. Dará sa vám super :-). Ale nie, náhodou to dopadlo fajn. Asi to bude aj tým, že tento príklad bol ľahulinký a keď aj niekto nevedel úplne správne riešenie, tak niečo k veci „trepol“ a ... už niečo mal. Tento príklad ozaj nebol ťažký, o čom svedčí aj to, že pred pár rokmi bol tento príklad aj v Pikofyze, ako ma pár ľudí v riešeniach informovalo... (Vďaka Logik za presnú citáciu vzoráku a času, kedy to bolo.) No napriek tomu ste to nemali všetci správne a ste teda určite véééľmi zvedaví na vzorák, že áno? Tak teda tu ho máte :

Takým základom, ktorý si bolo treba uvedomiť je, že fúkaním spôsobom ako na okuliare máme väčší prierez úst (dúfam, že všetci :-), čiže rýchlosť prúdiaceho vzduchu z našich úst bude menšia ako keď fúkame tak normálne – vtedy máme menší prierez úst a ... teda aj rýchlosť prúdiaceho vzduchu z úst je väčšia. Toto ste zvládli skoro všetci, no potom ešte prišlo to zákerne ťažké, čo sa podarilo odhaliť už len málo komu. Bolo si totiž treba uvedomiť pár vecí, a to konkrétne:

1. ľudské telo má svoju určitú teplotu, ktorú aj vyžaruje von z tela, takže aj v jeho blízkosti je istá vrstvička s malilinkou hrúbkou, v ktorom je určitá teplota, no už o niečo menšia ako je teplota nášho tela. A samozrejme tá teplota v našej vrstvičke so vzdialenosťou od nás klesá.

2. aj náš dych má určitú teplotu, ktorá je rovná približne teplote nášho tela a dôležité je si uvedomiť, že teplota dychu je väčšia ako teplota vo vrstvičke v blízkosti tela. Navyše predpokladáme, že si ruky chceme zohriať a preto na ne fúkame zblízka. Vtedy môžeme teda zanedbať zmiešavanie s okolitým vzduchom a následné ochladzovanie.

3. pri fúkaní veľkou rýchlosťou sa pôvodne stlačený vzduch (bez toho by sa nám mu nepodarilo udeliť veľkú rýchlosť) rozpína. Keďže ide o rýchly dej, rozpínanie bude zhruba adiabatické a pri ňom, ako vieme, nastáva pokles teploty plynu. Takže rýchly prúd vzduchu dopadajúci na našu ruku bude mať nižšiu teplotu.

A teraz, keď už vieme všetky tieto k životu potrebné informácie, tak si ich už len dáme dokopy (veď všetko so všetkým vždy súvisí :-)) a dostaneme správne riešenie. Čiže:

Pri normálnom fúkaní fúkame s menším prierezom úst  $\Rightarrow$  vzduch prúdi väčšou rýchlosťou a ... odfukuje tú vrstvičku teplého vzduchu v okolí našej ruky a preto pocítíme chlad. Naše telo ale ochotne dodá nejaké to teplo a o chvíľku tam máme zas teplú vrstvičku, ktorá akoby izolovala našu ruku.

pri fúkaní spôsobom ako na okuliare fúkame s väčším prierezom úst  $\Rightarrow$  vzduch z úst odfukujeme s menšou rýchlosťou a.... keďže má aj väčšiu teplotu ako teplá vrstvička v okolí ruky, tak pocítíme na svojej ruke teplo.

No neodpustím si jednu dôležitú poznámku, resp. dobrú správu pre experimentátorov. Ak by sa to niektorý z vás odhodlal skúšať niekde na Severnom Póle alebo v jednej nemenovanej učebni na matfyzе (F2), o ktorej je známe, že je to mraznička, začnú sa diať veci nevídané. Ja som to minule skúšal po takej trojhodinovej prednáške z analýzy, po ktorej som bol už na kosť zmrznutý. Nech som fúkal ako som chcel, stále som cítil teplo :-). Takže... asi nie všetko je vždy pravda. Tým som nechcel povedať, aby ste mi neverili. Nebojte, body, ktoré ste dostali sú pravdivé.

Ešte však musím spomenúť chyby, ktoré ste postvárali v riešeniach. Mnohí ste uvažovali tak, že ste si povedali: tá vzdialenosť fúkania bude veľká, takže dochádza k premiešavaniu vzduchu, a teda aj k jeho ochladzovaniu. Takto ste mnohí vysvetlili Katkin pocit chladu. To správne nie je, pretože Katka sa chcela zahriať a tak si určite fúkala na ruky zblízka! No a pri malých vzdialenostiach to premiešavanie dychu s okolitým vzduchom nie je až také podstatné.

Tak aký z toho máte pocit teraz? Bolo to až také ťažké? Všetky nie? A ak ste to náhodou nemali správne, nezúfajte, v ďalšej sérii bude zas nejaký podobný príklad. Tak teda snáď nabudúce.

---

## **B-2.2 Perníková chalúpka (opravovala Rebro)**

*Babka Ježibabka sa rozhodla, že zmení svoje pôsobisko. Rada by svoju chalúpku presunúť z nadmorskej výšky 220 m do výšky 420 m.n.m. Je tam lepší vzduch, výhľad a vôbec. Nuž a využiť na to plánuje Janička a Marienku. Koľko litrov polotučného mlieka Ježibabka spotrebuje na výživu Janka a Marienky, keď potrebuje premiestniť 1200 perníkových tvárnic s rozmermi  $30 \times 20 \times 15$  cm? Potrebné ďalšie údaje si zistíte sami alebo odhadnite. P.S.: Pod výživou sa rozumie nahradiť energetické straty.*

Ahojte, milá mládež. Pri opravovaní tohto príkladu som mala pocit, že dnešná mládež už rozprávku o Jankovi a Marienke nepozná. Jednak nevedia, že babka Ježibabka mala chalúpku z perníka (alebo nevedia, čo to perník je, súdiac podľa používaných hustôt) a tiež nevedia, že Janko a Marienka boli malé deti, tak desaťročné. Ale pekne poporiadku.

Viac-menej všetci ste prišli na to, že v celkovej spotrebovanej energii bude energia (práca) potrebná na vynesenie perníkových tvárnic o 200 metrov vyššie. Túto energiu si môžeme vypočítať zo zmeny energie perníkov. Meniť sa bude len ich potenciálna energia. A teda:  $E_1 = pm_pgh$ , kde  $p$  je počet perníkových tvárnic,  $m_p$  je hmotnosť perníka,  $h$  je zmena nadmorskej výšky, v našom prípade je to 200 m.

Hmotnosť perníka si vypočítame zo vzťahu:  $m_p = \rho V$ , kde  $\rho$  je hustota perníka, ktorú sme si odhadli na  $400 \text{ kg/m}^3$  – perník má menšiu hustotu ako voda, no väčšiu ako polystyrén. Môžeme urobiť rôzne merania s rôznymi perníkmi, ako mnohí z vás, a keďže je to odhadový príklad krásne si to zaokrúhlime. No a konečne  $V$  je objem jednej tvárnice, zo zadaných rozmerov vyšlo  $V = 0,009 \text{ m}^3$ .

Nuž a ďalej väčšina z vás nezašla. Výsledok sa však dramaticky zmení ak si uvedomíme, že Janko s Marienkou nenesú na kopec len tvárnice, ale aj sami seba! Energiu na to potrebnú vypočítame podobne ako  $E_1$ . Stačí len uvažovať o zmene energie, netreba počítat dráhu po nejakej naklonenej rovine, lebo trenie pri chôdzi nehrá žiadnu úlohu (naše milé detičky neprešmykujú...) a teda práca nezávisí od dráhy, ale len od zmeny energie. Je tu však jeden malý problém. Koľko asi tak Janko s Marienkou môžu odniesť naraz tvárníč? Ludkovia milí, hromada z vás vôbec nie je milých, sú to tyrani horší od babky Ježibabky! Ako môžete dať malým deťom nosiť 20 kg, nehovoriac o tých, čo im na plecيا naložili 50 kg a už vôbec nespomínam dievčinu, ktorá s tvrdením „veď Janko je chlap ako dub“ naložila Janičkovi na plecيا 4 tony perníka. Tento príklad bol odhadový, veľa hodnôt si bolo treba odhadnúť, to znamená, že hodnoty si určím približne, zaokrúhlene. Ale hodnoty zodpovedajú realite, neberiem ich len tak z brucha (samozrejme pár z vás bolo milých a dalo im nosiť primerané bremená, dokonca niektorí ich nechali nosiť spolu len jednu tvárnicu na jeden raz). Z vyššie uvedených hodnôt vypočítame hmotnosť jednej tvárnice 3,6 kg. Podľa môjho svedomia a vedomia je vhodné dať Jankovi nosiť dve tvárnice a Marienke jednu, takže na jeden raz odnesú tri tvárnice, na kopec musia vyjsť 400 krát. A ešte si odhadneme ich hmotnosti. Ja som si povedala, že Janko má 40 kg, Marienka 30kg. Viac ako 50 kg ste im nedali. I keď i 50 kg je už dosť, keď si zoberiem, že 50 kíl mám i ja a nie som 10 ročné dieťa, ani podvyživený vysokoškolák.

Dostali sme teda príspevok  $E_2 = (m_J + m_M)ghn$ , kde  $m_J$ ,  $m_M$  sú hmotnosti Janka a Marienky,  $h = 200$  m a  $n$  je počet výstupov, t.j. koľkokrát vyniesli na kopec sami seba.

A do tretice niektorí z vás uvažovali aj o tom, že nejakú tú energiu spotrebujú na cestu z kopca. Táto energia nie je taká veľká ako  $E_2$ , resp. Nemožno ju takto počítat. Kým pri ceste nahor musia deti prekonávať gravitáciu, na to sa spotrebuje energia, pri ceste nadol im gravitácia ešte pomáha. Spotrebovanú energiu by sme mohli vypočítat odhadom času, rýchlosti cesty nadol, ale nie je potrebné ju uvažovať, je omnoho menšia ako energia potrebná na cestu nahor a môžeme ju zanedbať.

Aby som to zhrnula: celkovú energiu vypočítam  $E = E_1 + E_2$ .

Po dosadení všetkých hodnôt, ktoré sú vyššie uvedené, nám vyjde  $E = 64\,640$  kJ, a keď si pozrieme obal nejakého mlieka, zistíme, že liter mlieka nám dodá energiu 1,9 MJ (závisí od výrobcu a tučnosti mlieka, to moje bolo polotučné) – vaše hodnoty sa pohybovali od 1,7 do 2,1 MJ. No a konečne spotrebu mlieka vypočítame zo vzťahu:  $s = E/1,9 \cdot 10^6$ .

Babka Ježibabka potrebuje na výživu detí zhruba 35 litrov mlieka. Samozrejme tento výsledok je približný, závisí od odhadnutých hodnôt, ktoré má každý iné a tiež nie je úplne presný, chcelo by to ešte započítat energiu potrebnú na dýchanie, tlkot srdca, ale i zdvihnutie tvárníč a podobne. Ale čo sme masochisti? Majte sa všetci krásne.

### B-2.3 Preteky vo vetre (opravoval Fajo)

*Malá mucha Puk sa rozhodla ísť na preteky v lietaní. Dráha má tvar štvorca so stranou dlhou dlhočizných 720 m. Mucha Puk dokáže letieť závratnou rýchlosťou 13 m/s. Má však jeden problém. Rovnobežne s nejakými dvoma stranami štvorca fúka nad celou dráhou silný vetrisko (5 m/s). Pravidlá súťaže hovoria, že z dráhy sa nesmie odchýliť ani o kúsociek. Ako dlho jej bude trvať jeden oblet štvorca, ak sa bude snažiť, ako sa len dá?*

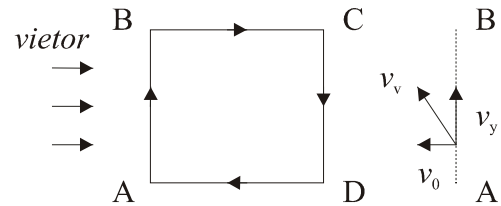
Ahojte! Tento príklad dopadol podľa očakávania celkom dobre, pretože patril medzi tie ľahšie. Aj tak sa ale v niektorých vašich riešeniach vyskytovali chyby: jednak to boli numerické chyby z nepozornosti, no a sem-tam aj nápady nedotiahnuté do konca.

Ako vlastne vyzerá správne riešenie? Mnohí z vás si správne uvedomili, že výsledný čas nezávisí od miesta na štvorci, z ktorého mucha Puk štartuje, veď vždy musí obehnúť dve strany kolmo na smer, jednu proti a jednu v smere vetra. Pre jednoduchosť povedzme, že začína v nejakom rohu. Ďalej si musíme pripomenúť, že mucha sa pri lete vlastne odráža pohybmi krídel od vzduchu. Situácia teda vyzerá nasledovne: Súťažiaci mucha hodnotí nestranný pozorovateľ Ferko, ktorý stojí pevne na zemi a okolo neho fúka vo vodorovnom smere silný vietor s rýchlosťou  $v_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$ . Vzhľadom na Ferka musí Puk obletieť štvorec so stranou  $s = 720 \text{ m}$  (jeho strany AD a BC sú vodorovné). Ale mucha na to, aby sa vzhľadom na Ferka nehýbala, musí letieť oproti vetru práve rýchlosťou  $v_0$ , na čo spotrebuje časť z celkového výkonu (max. rýchlosť =  $13 \text{ m.s}^{-1}$ ). Je to podobné ako keď plavec v rieke pláva proti prúdu tak, že pri pohľade z brehu stojí.

Celú dráhu môžeme rozdeliť na 4 úseky:

1. strana AB: Puk letí kolmo na smer vetra, pričom vo vodorovnom smere sa vôbec nehýbe.

Mucha teda musí letieť proti vetru rýchlosťou  $5 \text{ m.s}^{-1}$  vo vodorovnom smere a ostatný výkon využije na pohyb vo vertikálnom smere, pričom výsledná rýchlosť je maximálna možná rýchlosť, ktorú mucha dosiahne ( $13 \text{ m.s}^{-1}$ ). Rýchlosť v smere



strany štvorca vypočítame z Pytagorovej vety:  $v_v^2 = v_x^2 + v_1^2$ , takže  $v_1 = \sqrt{v_v^2 - v_x^2}$ . Po dosadení číselných hodnôt rýchlostí  $v_v = 13 \text{ m.s}^{-1}$  a  $v_x = 5 \text{ m.s}^{-1}$  dostaneme  $v_1 = 12 \text{ m.s}^{-1}$ . Puk preletí AB za čas  $t_1 = s/v_1 = 720 \text{ m} / 12 \text{ m.s}^{-1} = 60 \text{ s}$ .

2. strana BC: Mucha letí rovnobežne s vetrom, čiže jej výsledná rýchlosť bude súčet max. rýchlosti a rýchlosti vetra,  $v_2 = v_v + v_0 = (13 + 5) \text{ m.s}^{-1} = 18 \text{ m.s}^{-1}$ . Čas, za ktorý prejde Puk stranu BC, vypočítame zo vzťahu  $t_2 = s/v_2 = 720 \text{ m} / 18 \text{ m.s}^{-1} = 40 \text{ s}$ .

3. strana CD: Puk letí opäť kolmo na smer vetra a v horizontálnom smere sa nehýbe. Takže si zase môžeme rozložiť rýchlosť muchy na vodorovnú zložku, ktorej veľkosť je rýchlosť vetra a vertikálnu zložku. Výsledná rýchlosť muchy je daná z Pytagorovej vety rovnako ako v prvom prípade, ale má opačný smer. Čiže  $v_3 = \sqrt{v_v^2 - v_x^2}$ , kde  $v_v = 13 \text{ m.s}^{-1}$  a  $v_x = 5 \text{ m.s}^{-1}$ , čiže  $v_3 = 12 \text{ m.s}^{-1}$ . Puk teda prejde túto stranu za čas  $t_3 = s/v_3 = 60 \text{ s}$ .

4. strana AD: Teraz musí Puk letieť proti vetru, takže výsledná rýchlosť je daná rozdielom max. rýchlosti a rýchlosti vetra:  $v_4 = v_v - v_0 = (13 - 5) \text{ m.s}^{-1} = 8 \text{ m.s}^{-1}$ . Čas, za ktorý mucha prejde tento posledný úsek, je  $t_4 = s/v_4 = 720 \text{ m} / 8 \text{ m.s}^{-1} = 90 \text{ s}$ .

No a konečne celkový čas, ktorý mucha potrebuje na to, aby prešla uvedený štvorec, je daný súčtom časov na všetkých úsekoch:  $t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = (60 + 40 + 60 + 90) \text{ s} = 250 \text{ s}$ . Puk obletí štvorec za 250 sekúnd, čo sú 4 minúty a 10 sekúnd.

Väčšina z vás sa dopracovala k správnejmu výsledku, za čo ste boli aj patrične bodovo ohodnotení. Zopár ľudí podotklo, že pri výpočte zanedbávame čas potrebný na to, aby sa mucha v rohoch štvorca otočila (mucha najskôr musí zastaviť a pohnúť sa iným smerom), čo je správne, ale tento príklad je aj tak dosť zidealizovaný, keďže v realite by Puk nevedela letieť konštantnou rýchlosťou a len ťažko by sme ju donútili letieť po štvorci :-). Najčastejšou chybou, ktorá sa vyskytovala vo vašich riešeniach bol zlý výpočet rýchlosti v prípadoch, keď mucha letí kolmo na smer vetra. Niektorí z vás počítali výslednú rýchlosť zo vzorca  $v = \sqrt{v_v^2 + v_x^2}$ , kde  $v_v$  je maximálna možná rýchlosť muchy  $v_v = 13 \text{ m.s}^{-1}$  a  $v_x$  je rýchlosť muchy vo vodorovnom smere  $v_x = 5 \text{ m.s}^{-1}$ . Tento postup ale nie je správny, zodpovedá situácii, keď mucha Puk letí v smere strany štvorca bez ohľadu na vietor, ktorý ju odfukuje bokom. Tým by ale porušila pravidlá, podľa ktorých sa má držať štvorca!

Ináč vás chcem pochváliť za pekne vypracované riešenia. A že či Puk vyhrala preteky? Bohužiaľ nie, skončila druhá a predbehol ju iba nejaký zlý ovad.

### B-2.4 Pozor, zákruta (opravovala Miša)

Cyklista Ferko ( $M = 60 \text{ kg}$ ) uháňal na svojom Favorite<sup>®</sup> rovno za nosom rýchlosťou  $v = 6 \text{ m/s}$ , keď tu zrazu zazrel svojich kamarátov. Chcel im ukázať, aký je dobrý, a tak zdvihol nohy z pedálov a vyložil si ich na riadidlá. Potom sa nahol a obišiel ich po kruhovej dráhe s polomerom  $R = 10 \text{ m}$  a pokračoval ďalej v jazde. Ako dlho mu trvalo, kým opísal celý kruh?

Milí mladí fyzici!

Viem, že, mnohých z vás pohľad na obodovanie tohto príkladu asi veľmi nepoteší, ale nič sa nedá robiť. Nevešajte sa však preto, ten príklad naozaj nebol ľahký (a nezádala som ho ja...). Takže sa teraz spoločnými silami pokúsime prísť k niečomu, čo sa od Vás očakávalo – k správne mu riešeniu.

Najskôr si vyjasníme, o aký pohyb nám tu vlastne ide. Keď Ferko prestane pedálovať, jeho rýchlosť by sa – ak by ďalej šiel rovno za nosom – už nezvyšovala. Prakticky by sa mala v dôsledku odporu vzduchu, trenia a všelijakých iných nepríjemností znižovať, ale – ako ste mnohí správne podotkli – vzhľadom na krátke trvanie celého pohybu a ich malý efekt ich s čistým svedomím môžeme zanedbať...

Problém nám vzniká Ferkovým naklonením. (A tu by už väčšina z Vás mala zbystriť pozornosť!) Ferkovo ťažisko sa týmto jeho činom zníži a keďže nám platí zákon zachovania mechanickej energie sústavy, zníženie potenciálnej energie ťažiska sa nám bude musieť prejavovať vo zvýšení kinetickej energie. Teda môžeme napísať našu prvú pomocnú rovnicu v ceste za úspechom:

$$\begin{aligned}mv_0^2/2 + mgl &= mv^2/2 + mgl \sin \alpha \\v^2 &= v_0^2 + 2gl(1 - \sin \alpha).\end{aligned}\quad (1)$$

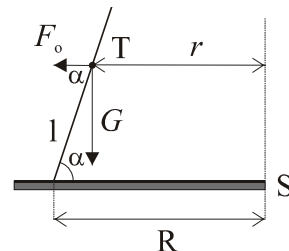
Z toho vidíme, že tá rýchlosť bude iná ako tá rýchlosť pôvodne zadaná...

Z obrázka (a asi aj z Vašich súkromných predstáv) zistíme, že sa zmení i vzdialenosť ťažiska od stredu kružnice:

$$r = R - l \cos \alpha. \quad (2)$$

Tak, a čo by sme ešte z našej situácie mohli vyťažiť? Pôsobia nám tu ešte nejaké “využiteľné” sily – odstredivá a tiažová. Aby nám Ferko z bicykla nepadol, asi by sa mali veľkosti ich zložiek kolmých na naklonenú sústavu rovnať (viď obr.). Potom môžeme písať:

$$\begin{aligned}F_o \sin \alpha &= G \cos \alpha, \\ \frac{mv^2}{r} \sin \alpha &= mg \cos \alpha, \\ \frac{v^2}{r} \sin \alpha &= g \cos \alpha.\end{aligned}\quad (3)$$



Ako ste si isto všimli, (1), (2) a (3) sú rovnice o troch neznámych ( $v$ ,  $r$ ,  $\alpha$ ), teda sú riešiteľné (výšku ťažiska  $l$ , keďže nebola zadaná, si každý z vás vie určite nejakou rozumne odhadnúť, bude to nejaký ten meter...). Ak by ste ich skúsili otrocky riešiť (niekto to myslím aj skúsil), zistili by ste, že vám vychádzajú strašne škaredé rovnice štvrtého stupňa, prípadne nesmierne veľa goniometrických funkcií, z čoho zistiť hľadaný uhol nie je žiadna slasť... Škaredému počítaniu sa môžeme vyhnúť použitím nejakého matematike nakloneného programu (tak to urobil váš kolega, fyzik Kubo), prípadne sa budeme správať ako poriadni fyzici a skúsime niečo pozanedbávať. Z (3) si vyjadríme  $\text{tg} \alpha = gr/v^2$  a namiesto  $r$  a  $v$  si do tohto vzťahu dosadíme pôvodné  $R$  a  $v_0$ . Môžeme to urobiť, pretože ak si dáme do pomerov pôvodné a nové hodnoty pre rôzne nami zvolené uhly, zistíme, že  $r/R$  bude pre  $\alpha = 45^\circ$  asi 0,92 a napr. pre  $\alpha = 60^\circ$  to bude 0,94. Teda vidíme, že veľký rozdiel medzi oboma hodnotami nebude. Podobne postupujeme aj pri rýchlosti, ktorú tiež mienime zanedbať (pomer  $v/v_0$  bude pre tie isté – v podstate už veľmi krajné uhly, o ktoré by sa teoreticky Ferko mohol nakloniť – hodnoty uhlov vychádzať 1,09 resp. 1,05, čo sú vskutku zanedbateľné zmeny).

Pri prvom dosadení bude  $\alpha = 77,609^\circ$ , túto hodnotu potom dosadíme do (1) a (2) a vyjdú nám naše dlho očakávané hodnoty:  $v^2 = 37,201 \text{ m}^2/\text{s}^2$  a  $r = 9,655 \text{ m}$ . Ak by sme chceli tieto hodnoty ešte viac spresniť, môžeme zopakovať celý tento zanedbávací proces viackrát (do (3) dosadíme novovypočítané hodnoty  $v$  a  $r$  a dostaneme tak ešte presnejší uhol naklonenia; ten potom opäť dosadíme do (1) a (2) a pokračujeme až do nášho úplného vyčerpania...).

(Mne napríklad po druhom približovaní vyšli hodnoty  $v^2 = 37,358 \text{ m}^2/\text{s}^2$  a  $r = 9,634 \text{ m}$ , s ktorými budem pracovať v mojich ďalších výpočtoch.)

A práve teraz nastáva tá slávnostná chvíľa, kedy si tieto hodnoty so všetkou spokojnosťou môžeme dosadiť do vzťahu na výpočet času rovnomerného pohybu po kruhovej dráhe, ktorý bol v drvivej väčšine vašich riešení jediným použitým vzorcom... Takže  $T = 2\pi r/v = 9,899 \text{ s}$ . No, sláva!!! Presne toto sme chceli. Ďakujem za pozornosť a vytrvalosť.

A teraz všetci sadnite na bicykel a nechajte si to prejsť hlavou niekde vonku. (Alebo radšej bez bicykla- predsa už je na bicyklovanie dosť veľká zima...)

P.S.: Ďakujem Čermovi a spol. za podporu pri počítaní a obrázkoch a Prikymu za neoceniteľné technické rady pri písaní vzoráku...

## B – kategória, 2. séria zimného semestra 17. ročníka FKS

Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	⊙	B-2.1	B-2.2	B-2.3	B-2.4	☼	Σ
1. Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	19,50	4,0	3,0	5,0	5,0		36,50
2. Štolc	Miroslav	sx.	G Nitra Párovská	17,00	0,5	6,0	5,0	4,0	-1	31,50
3. Dzetkulič	Michal	1 A	G PH Michalovce	17,37	0,5	3,0	5,0	3,5		30,81
4. Struhár	Pavel	1 A	G BA J. Hronca	13,70	4,0	6,0	5,0	1,0		30,66
5. Molnárová	Katarína	1 D	G KE Šrobárova	14,55	3,5	5,5	5,0	0,5		30,24
6. Batmendijnová	Zuzana	sx.	G T. Vansovej	16,00	2,0	6,0	5,0	1,0		30,00
7. Jurov	Dávid	1 D	G Humenné	16,55	2,5	3,0	5,0	1,0		29,51
8. Trubenová	Barbora	2 A	G BA J. Hronca	14,50	3,0	5,5	5,0	2,5	-1	29,50
9. Burger	Michal	sx.	G BA Grösslingova	18,00	4,0	2,5	4,5	1,0	-1	29,00
10. Sasák	Róbert	1 D	SPŠE Piešťany	14,82	0,5	5,5	5,0	1,0		28,26
11. Petruľák	Matúš	1 B	G BA Grösslingova	15,70	3,5	3,0	5,0	0,5	-1	28,14
12. Babjak	Viktor	2 A	G LS Bardejov	13,00	1,0	6,0	5,0	4,0	-1	28,00
Brutovská	Eva	sx.	G Kežmarok	12,50	4,0	3,0	5,0	3,5		28,00
Lauko	Martin	sx. A	G JL Martin	13,00	4,0	6,0	5,0	1,0	-1	28,00
15. Kvašňáková	Katka	2 E	G K2 Prešov	14,50	1,0	5,0	5,0	1,0		26,50
16. Bratko	Milan	kv. A	G BA Pankúchova	13,37	0,5	5,0	5,0	1,0		26,33
17. Rajniaková	Gabriela	kv.	G Liptovský Mikuláš	11,37	4,0	5,5	5,0	-	-1	26,06
18. Uhrin	Tomáš	1 E	G PH Michalovce	11,50	4,0	3,0	5,0	1,0		25,87
19. Molčány	Michal	2 A	SPŠE BA K. Adlera	14,00	1,0	6,0	4,5	-		25,50
20. Baník	Dušan	2 A	G Poprad Popr. nábr.	14,00	0,5	5,5	5,0	1,0	-1	25,00
Richter	Kornel	2 A	G KE Akvinského	14,50	0,5	6,0	5,0	-	-1	25,00
22. Neilinger	Pavol	2 A	G Dunajská Streda	14,50	0,5	5,0	4,0	0,5		24,50
Soltéssová	Mária	2 B	G BA Grösslingova	14,00	3,5	3,0	5,0	-	-1	24,50
24. Fialka	Vlado	2 E	G K2 Prešov	11,00	2,0	6,0	5,0	1,0	-1	24,00
25. Javorková	Eva	sx.	OG Zvolen	14,00	0,5	6,0	3,0	1,0	-1	23,50
Mánik	Tomáš	2 C	G BST Lučenec	11,00	4,0	3,0	4,5	1,0		23,50
Žák	Vladimír	2 A	G LS Bardejov	12,00	1,0	3,0	5,0	3,5	-1	23,50
28. Karabínoš	Juraj	1	G BA Grösslingova	13,70	0,5	3,0	4,5	1,0	-1	23,18
29. Vojtko	Andrej	kv. A	G Skalica	12,97	1,0	2,5	5,0			22,93
30. Mikulík	Andrej	2 B	G BA Grösslingova	13,50	1,0	3,0	5,0	-		22,50
31. Ceľuchová	Zuzana	2 E	G K2 Prešov	10,50	0,5	6,0	5,0	1,0	-1	22,00
Kliman	Ján	2 B	G Žiar nad Hronom	10,00	0,5	5,5	5,0	1,0		22,00
Potočková	Zuzana	sx.	G Liptovský Mikuláš	11,50	0,5	6,0	4,0	1,0	-1	22,00
34. Gašparík	Peter	1 B	G AV Levice	8,91	4,0	2,5	5,0			21,87
35. Kšiňan	Stanislav	1 B	G Bánovce n/Bebr.	10,49	1,5	3,0	5,0	1,0	-1	21,48

36.	Čajkovičová	Alexandra	2 A	G Trnava Angely Merici	12,50	0,5	3,0	5,0	1,0	-1	21,00
37.	Savincová	Katarína	1 E	G PH Michalovce	8,44	1,5	5,5	4,0	1,0	-1	20,88
38.	Bališ	Peter	2 A	G Poprad Popr. nábr.	11,50	0,5	4,5	5,0	-	-1	20,50
	Hornák	Rastislav	2 D	SPŠE Piešťany	12,00	1,0	3,0	4,0	0,5		20,50
	Jurko	Martin	2	G KE STA	8,50	0,0	6,0	5,0	1,0		20,50
	Poláček	Lukáš	2	G Modra	11,00	1,0	3,0	5,0	0,5		20,50
42.	Lampášová	Júlia	kv.	G Považská Bystrica	12,00	1,0	2,0	4,0	1,0	-1	20,44
43.	Pokryvková	Katarína	2 A	G Bánovce n/Bebr.	12,50	0,5	3,0	4,0	0,5	-1	19,50
44.	Lakatoš	Pavol	2 A	G Veľké Kapušany	10,50	0,5	3,0	5,0	1,0	-1	19,00
	Matlák	Roman	2	G KE Šaca	11,00	0,5	3,0	4,0	1,5	-1	19,00
	Prievalský	Juraj	2 A	G VBN Prievidza	10,00	0,5	5,0	3,0	0,5		19,00
47.	Kajan	Míchal	2 B	G Komárno LJS	8,50	4,0	3,0	3,0	-		18,50
48.	Fidmik	Ján	2 AB	G KE Šaca	10,50	0,5	3,0	3,5	1,5	-1	18,00
	Naď	Miroslav	2 A	G Veľké Kapušany	9,50	1,5	5,5	3,0	0,5	-2	18,00
50.	Salajka	Lukáš	2 A	SPSE Tvrdošín	8,00	1,0	4,5	5,0	1,0	-2	17,50
51.	Sufliar	Peter	2 C	G Nové Zámky	9,50	-	2,5	4,5	0,5		17,00
52.	Skriniar	Jakub	2 A	G VBN Prievidza	10,50	1,0	-	4,5	1,0	-1	16,00
53.	Patáček	Ivan	2	G Partizánske	8,50	0,5	3,0	2,5	1,0		15,50
	Sčensný	Jozef	sx. B	G Nitra	7,50	0,5	3,0	4,5	-		15,50
	Soták	Tomáš	2	G KE Šaca	7,50	0,5	3,0	4,0	1,5	-1	15,50
56.	Majorošová	Gabriela	2 A	G Veľké Kapušany	8,90	0,0	3,0	3,5	1,0	-1	15,40
57.	Piešťanský	Juraj	1 A	G Bánovce n/Bebr.	4,97	0,5	3,0	4,0	1,0		14,93
58.	Feketeová	Erika	2 A	G Veľké Kapušany	8,10	0,5	3,0	3,0	1,0	-1	14,60
59.	Sütöová	Helena	sx. B	OG Štúrovo	-	4,5	3,5	3,0	3,0		14,00
60.	Galčík	Peter	1 A	G Stropkov	7,37	0,0	3,0	3,0	-	-1	13,63
61.	Rističová	Lucia	2 C	G VPT Martin	4,50	1,5	3,0	5,0	-	-1	13,00
62.	Podstupková	Jana	2	G BA Grösslingova	3,00	0,5	-	5,0	4,0		12,50
63.	Sárenik	Ján	2 F	G BB Tajovského	9,50	1,0	0,5	3,0	-	-2	12,00
64.	Breuer	Tomáš	2 E	SPŠE Piešťany	3,50	1,0	2,5	4,0	0,5		11,50
	Ranová	Ivana	1 B	G BA J. Hronca	11,50	-	-	-	-		11,50
66.	Kulík	František	1 E	G Humenné	7,44	0,5	2,0	1,5	-	-1	11,40
67.	Vontorčíková	Lenka	2 C	G VPT Martin	5,00	0,5	3,0	3,0	0,5	-1	11,00
68.	Santusová	Ivana	2 C	G VPT Martin	2,60	0,5	5,5	1,0	1,0		10,60
69.	Bednárík	Míchal	2 A	G VPT Martin	6,00	0,0	2,5	2,0	1,0	-1	10,50
	Činčár	Ján	2	G KE Šaca	10,50	-	-	-	-		10,50
	Duchoňová	Jaroslava	sx.	G VBN Prievidza	10,50	-	-	-	-		10,50
	Koloda	Ján		G KE - Šaca	-	3,5	3,0	4,0	1,0	-1	10,50
	Trtílek	Radovan	2 C	G VPT Martin	2,50	-	3,0	5,0	1,0	-1	10,50
74.	Faťol	Vladimír	1 E	G PH Michalovce	1,70	0,0	3,0	4,0	1,0	-1	10,14
75.	Chnupa	Juraj	2 E	SPŠE Piešťany	4,50	0,5	2,0	2,5	-	-1	8,50
	Magula	Peter	sx. A	OG Zvolen	3,00	1,0	3,0	2,0	0,5	-1	8,50
	Palušáková	Katarína	2 C	G VPT Martin	2,50	0,5	2,5	2,0	1,0		8,50
	Pikna	Peter	2 D	G BA Metodova	1,00	0,5	3,0	3,0	1,0		8,50
79.	Zajac	Peter	2	???	8,00	-	-	-	-		8,00
80.	Svecová	Lucia	1 A	G BB Tajovského	0,00	0,0	0,5	3,0	2,5		7,26
81.	Horváth	Matej	2 A	SPSE Bratislava	7,50	-	-	-	-	-1	6,50
	Solčanský	Marek	2 E	SPSE Piešťany	1,50	1,0	1,5	2,5	1,0	-1	6,50
83.	Végső	Karol	1 A	G KE Poštová	-2,00	1,5	1,0	3,5	3,0	-2	6,49
84.	Horváthová	Alexandra	kv.	G Nitra Párovska	5,82	-	-	-	-		5,82
85.	Kukuricáš	Marcel	2	G KE Štefánika	5,50	-	-	-	-		5,50
86.	Sikhartová	Hana	2 D	G BA Grösslingova	5,00	-	-	-	-		5,00
87.	Kuková	Mária	2 F	G VPT Martin	4,50	-	-	-	-		4,50
	Poništ	Milan	2 A	G VPT Martin	4,50	-	-	-	-		4,50
89.	Kamenská	Katarína	2 C	G VPT Martin	-	0,0	2,5	1,0	0,5		4,00
90.	Frkáňová	Katarína	2 C	G VPT Martin	4,50	0,0	2,5	1,0	0,5	-5	3,50
91.	Holiga	Marián	2 C	G VPT Martin	2,50	-	-	-	-		2,50
92.	Kubová	Miška	1 A	G Vrbové	2,37	-	3,0	1,0	-	-5	2,33
93.	Čerešňa	Míchal	2 B	G Nové Zámky	2,00	-	-	-	-		2,00
94.	Kulichová	Ingrid	2 A	G VPT Martin	1,50	-	-	-	-		1,50
95.	Kišová	Martina	2 A	G VPT Martin	1,00	-	-	-	-		1,00
	Komadel	Lukáš	2 E	SPŠE Piešťany	1,00	-	-	-	-		1,00
97.	Soláriková	Janka	1 C	G VPT Martin	3,00	0,0	0,5	1,0	1,5	-2	-1,24